

Обнаружение сигналов с использованием ортогонального базиса функций Гаусса — Эрмита

¹ Балакин Д. А., ² Чуркин С. С., ¹ Штыков В. В.

¹ *Национальный исследовательский ун-т «Московский энергетический институт»*
ул. Красноказарменная, 14, Москва, 111250, Российская Федерация
bzzz86.balakin@yandex.ru, ShtykovVV@yandex.ru

² *Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского*
просп. Гагарина, 23, г. Нижний Новгород, 603950, Российская Федерация
churkins@list.ru

Статья поступила 27 июня 2016 г.

Аннотация: Анализ формы и параметров сигналов является неотъемлемой частью процесса обработки информации. Часто в практических задачах форма сигнала, поступающая на приемник, известна и требуется найти неизвестные параметры (амплитуда, длительность, месторасположение или время прихода и т. д.), а также проследить динамику следования такого сигнала в исследуемом процессе. Таким образом, ставится задача о наиболее надежном обнаружении полезного сигнала на фоне случайных помех и о наиболее точном измерении его параметров. Как известно, подобного рода задачи обнаружения относятся к области оптимальной фильтрации. В статье излагаются основные положения метода обнаружения сигнала с использованием ортогонального базиса функций Гаусса — Эрмита. Метод базируется на принципах согласованной фильтрации, позволяющих проследить динамику не только исследуемого сигнала, но и его локальных особенностей, которые дают дополнительную диагностическую информацию. Осуществляется верификация метода на реальном сигнале, полученном с помощью фазометрического комплекса. Сигнал представляет собой последовательность импульсов в виде смеси дыхательной составляющей и кардиологической активности.

Ключевые слова: согласованная фильтрация, функции Гаусса — Эрмита, вейвлет-преобразование, фазометрический комплекс, импульсная характеристика.

Для цитирования (ГОСТ 7.0.5—2008): Балакин Д. А., Чуркин С. С., Штыков В. В. Обнаружение сигналов с использованием ортогонального базиса функций Гаусса — Эрмита // *Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии*. 2018. Т. 1, № 1. С. 48—61.

Для цитирования (ГОСТ 7.0.11—2011): Балакин, Д. А. Обнаружение сигналов с использованием ортогонального базиса функций Гаусса — Эрмита / Д. А. Балакин, С. С. Чуркин, В. В. Штыков // *Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии*. — 2018. — Т. 1, № 1. — С. 48—61.

Detection of signals with the orthogonal basis of the Gauss–Hermite functions

D. A. Balakin¹, S. S. Churkin², and V. V. Shtykov¹

¹National Research University “MPEI”

14, Krasnokazarmennaya Str., Moscow, 111250, Russian Federation

bzzz86.balakin@yandex.ru, ShtykovVV@yandex.ru

²Lobachevsky State University

23, Gagarin Ave., Nizhniy Novgorod, 603950, Russian Federation

churkins@list.ru

Received on June 27, 2016

Abstract: *The analysis of the shape and parameters of signals is a key part of the signal processing. As a rule in practicable task, the shape of the input signal is known and identification of the unknown parameters (amplitude, duration, location or time of arrival, etc.) is required, then the dynamics of the signal sequence in the process under study is important as well. Thus, the problem is the most reliable detection of the desired signal on the background of random noise and the most accurate measurement of its parameters. It is known that a solution of such problems concerns optimal filtering. The main abstract of the method of the signal detection, based on orthogonal basis functions of the Gauss–Hermite functions, is described. The method is founded on the matched filtering principles, it allows tracking not only the dynamics of the signal under investigation, but also its local features, which provide additional diagnostic information. The verification method is carried out on a real signal of a phase measuring complex. The signal represents a sequence of pulses as a mixture component of the respiratory and cardiac activity of a medical patient.*

Keywords: *matched filtering, Gauss–Hermite functions, wavelet transform, phase measuring complex, impulse response.*

For citation: D. A. Balakin, S. S. Churkin, and V. V. Shtykov, “Detection of signals with the orthogonal basis of the Gauss–Hermite functions,” *Infocommunications and Radio Technologies*, 2018, vol. 1, no. 1, pp. 48–61. (In Russ.).
doi: 10.15826/icrt.2018.01.1.04.

1. Введение

Еще в середине 40-х годов американскими учеными Д. О. Нортон [1, с. 223—224], Д. Миддлтоном и Дж. Г. Ван Флеком было установлено, что если случайный шум является белым, то частотная характеристика оптимального фильтра является функцией, комплексно сопряженной спектру

выделяемого импульса, а его переходная характеристика является функцией инверсной во времени функции, описывающей выделяемый полезный сигнал. Такой фильтр стали называть согласованным. До сих пор согласованная фильтрация применяется в различных областях радиотехники, радиолокации, радионавигации и т. п.

Как правило, построение согласованного фильтра осуществляется с помощью спектрального подхода, который является идеальным средством анализа стационарных сигналов. Однако в современном мире сигналы, с которыми мы чаще всего имеем дело, не стационарны (акустические сигналы, медицинские сигналы ЭКГ и ЭЭГ, видеосигнал, речевой сигнал и т. п.), и анализ традиционными способами (преобразованием Фурье) не дает всей полноты картины. Уже достаточно давно и широко для обработки нестационарных сигналов используется вейвлет-преобразование (ВП), которое позволяет обнаружить и локализовать сигналы на оси времени [2]. Кроме того, при использовании вейвлет-анализа появляется возможность проводить селекцию сигналов по отличительным признакам их формы.

Ниже излагаются основные принципы разработанного нами метода анализа сигнала с помощью согласованного банка фильтров на основе функций Гаусса — Эрмита (ФГЭ) [3]. В качестве фундамента построения фильтров использовалось вейвлет-преобразование с «материнской» функцией (МФ) в виде суммы ФГЭ [4]. Изменение масштаба импульсной характеристики такого фильтра дает возможность не только локализовать сигнал заданной формы, но и определить его длительность.

На рис. 1. представлена структурная схема метода. Суть его состоит в том, что операция вейвлет-преобразования во временной области заменяется операцией согласованной фильтрации в спектральной области с использованием процедуры БПФ. Тем самым мы можем интерпретировать вейвлет-преобразование с МФ в виде суммы ФГЭ как фильтрацию в частотной области некоторым банком ортогональных фильтров. На выходе мы имеем взаимно корреляционную функцию (ВКФ). По максимумам ВКФ локализуются как сигнал в целом, так и его отдельные характерные особенности. Использование полной ортогональной системы ФГЭ в качестве базиса позволяет сконструировать МФ вейвлета практически любой формы, что расширяет класс обнаруживаемых сигналов.

В структурной схеме на рис. 1 видно, что согласованный фильтр $K_{\Sigma}(\omega)$ выделяет фрагмент сигнала, состоящий из некоторого ограниченного набора признаков. Также схема может быть преобразована для выделения какого-то одного признака, что более похоже на традиционную процедуру ВП. Фурье-образ ФГЭ известен [5]. Важно, что ортогональному

полному базису ФГЭ в пространстве времени соответствует полный ортогональный базис ФГЭ в спектральной области. Поэтому согласованный адаптивный фильтр представляет собой банк ортогональных и независимых фильтров. Следовательно, адаптация банка фильтров сводится лишь к управлению весовыми коэффициентами его отдельных элементов. Такая гибкость формирования фильтра расширяет области его практического использования.

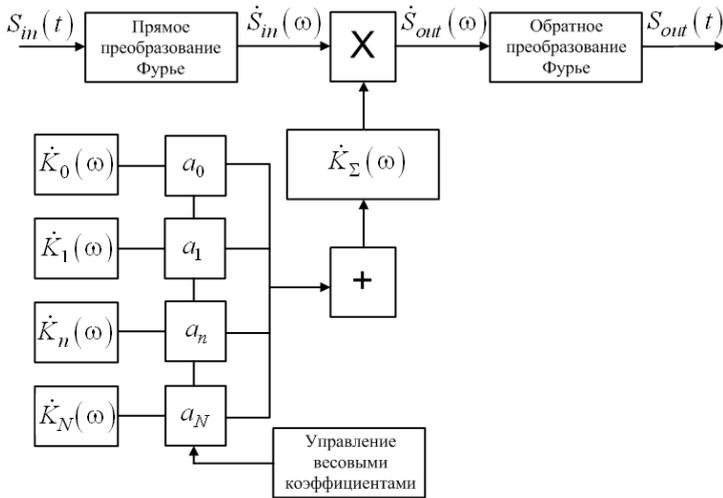


Рис. 1. Структурная схема метода.

Fig. 1. The block diagram of the method

Согласованный фильтр на основе ФГЭ будет полезен для диагностики различных механизмов, аппаратов и систем. Как правило, при неисправности механические детали двигателя издадут характерный звук в виде шумов, треска или биений. Обработка этих звуков предложенным методом может помочь обнаружить как наличие неисправности, так и установить их причину. Также стоит отметить, что предложенный метод может быть использован для анализа фонокардиограммы [6] и шумов дыхания [7].

2. Исследуемая модель

Конкретные результаты, полученные нами, относятся к задаче обнаружения периодов дыхания и сердцебиения в сигнале, полученном дистанционно с помощью фазометрического комплекса миллиметрового диапазона производства ООО «АФС 52», предназначенного для высоко-

точного определения перемещений в широком диапазоне скоростей ¹. На рис. 2 представлен внешний вид комплекса.

Дистанционное измерение параметров дыхания и кардиоактивности нашло многочисленные применения в спасательных операциях, медицинских и спортивных областях [8]. Бесконтактный мониторинг вариабельности сердечного ритма и периодов дыхания является актуальной задачей в ожоговых центрах. Сигналы подобного рода представляют собой смесь циклов дыхания и сердца. Отделение периода дыхания от ритма сердца является важной задачей, несущей диагностическую информацию.



Рис. 2. Фазометрический комплекс «АФС 52».

Fig. 2. AFS 52 phase meter unit

В эксперименте проводилось измерение перемещения поверхности тела спокойно сидящего на стуле человека, обусловленного дыханием и сердцебиением. Поскольку наша цель состояла в отработке метода выделения сигналов, обработка проводилась после окончания эксперимента по записям отсчетов в файле данных фазометрического комплекса.

На рис. 3 представлен выбранный нами фрагмент записи смещения грудной клетки человека в условиях нашего эксперимента. На начальном этапе сигналы кардиоактивности накладываются на сигналы, связанные с дыханием. В процессе измерения происходит задержка дыхания (приблизительно на 38-й секунде) и далее хорошо просматриваются сигналы сердцебиения.

Основная идея разработанного алгоритма описана в [4] и заключается в создании фильтра, согласованного с сигналом, представляющим интерес.

Функции Гаусса — Эрмита имеют вид:

$$\varphi_n(x, a) = \frac{H_n\left(\frac{x}{a}\right) \exp\left(-0,5\left(\frac{x}{a}\right)^2\right)}{\sqrt{an!2^n\sqrt{\pi}}}, \quad (1)$$

¹ <http://www.afs52.ru>

где H_n — полином Эрмита, n — порядок полинома, a — масштабный коэффициент.

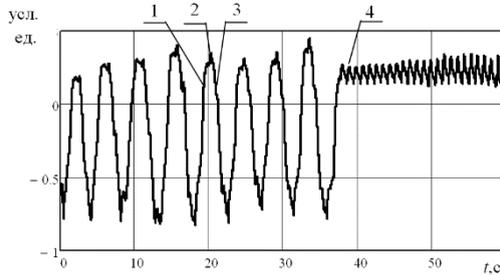


Рис. 3. Запись движения грудной клетки, фазы дыхания: 1 — вдох, 2 — пауза, 3 — выдох, 4 — задержка дыхания.

Fig. 3. The record of chest movement, respiration phases: 1 – inspiration, 2 – pause, 3 – expiration, 4 – breath holding

На рис. 4 представлена блок-схема процедуры обработки предлагаемого метода.

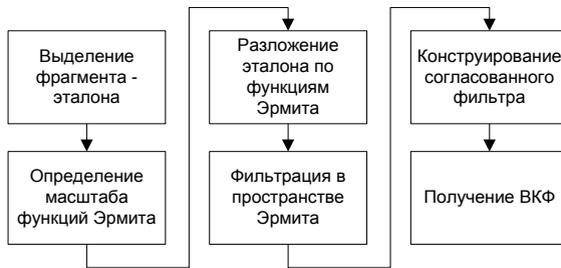


Рис. 4. Блок схема процедуры обработки.

Fig. 4. The block diagram of the processing

Поскольку мы не располагаем априорными сведениями о форме сигналов, то для построения «материнской» функции вейвлета $W(t, a)$ можно выделить некоторый фрагмент сигнала (эталон). В качестве эталонного сигнала для выделения тактов дыхания мы использовали фрагмент сигнала на рис. 3 в окрестности $t \approx 21$ с.

Согласно [9] «материнская» функция вейвлет-преобразования удовлетворяет условию:

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(t, a) dt = 0.$$

Для того чтобы получить «материнскую» функцию, надо из выделенного фрагмента вычесть среднее значение. Полученный таким образом эталон раскладывался в ряд по функциям Гаусса — Эрмита. По своей сути «материнская» функция — это импульсная характеристика согласованного фильтра (1). Поэтому далее в тексте термин «материнская функция» заменяется термином «импульсная характеристика».

Для определения масштабного множителя воспользуемся неравенством Коши — Буняковского [10], которое с учетом ортогональности функций (1) принимает вид:

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} S(\tau)^2 d\tau \right)^{1/2} \geq \left| \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau)W(t-\tau, a) d\tau \right|. \quad (2)$$

На основании неравенства (2) на множестве реальных чисел $t > 0$, $a > 0$ можно образовать линейный функционал:

$$F(t, a) = \left(\int_{-\infty}^{\infty} S(\tau)^2 d\tau \right)^{1/2} - \left| \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau)W(t-\tau, a) d\tau \right|. \quad (3)$$

Минимумы функционала (3) дают дискретное множество масштабных коэффициентов a_i и положений максимумов ВКФ на оси времени t_i .

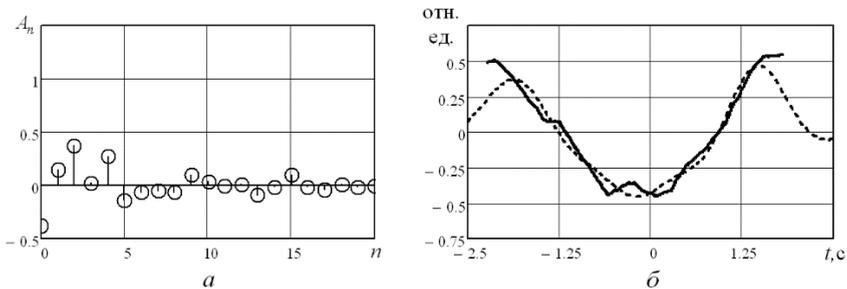


Рис. 5. a — спектр фрагмента сигнала в пространстве ФГЭ, b — исходный фрагмент (сплошная кривая) и частичная сумма ряда для $n \leq 10$ (штрих-пунктир).

Fig. 5. a — The spectrum of the signal sample on Gauss-Hermite basis functions, b — the signal sample (solid) and partial sum of the series for $n \leq 10$ (dash)

Спектр эталонного сигнала в пространстве ФГЭ представлен на рис. 5а. Видно, что спектр сосредоточен в области $n \leq 10$. Эта область порядков ФГЭ характеризует дыхательную составляющую, в то время как

область более высоких порядков — кардиоактивность. Проводя НЧ-фильтрацию в пространстве ФГЭ, можно получить импульсную характеристику, соответствующую сигналу дыхания. На рис. 5б пунктиром показана частичная сумма ряда, которая воспроизводит дыхательную составляющую. Отклонения сигнала от суммы связаны прежде всего с кардиоактивностью объекта. Особенно хорошо это видно на вершине графиков (рис. 5б). Нормированная импульсная характеристика для выделения дыхательной составляющей имеет вид:

$$W(t, a) = \frac{\sum_{n=0}^{10} A_n(a) \varphi_n(t, a)}{\sum_{n=0}^{10} |A_n(a)|^2}. \quad (4)$$

Функции (4) соответствует фильтр (точнее, банк фильтров) в традиционном пространстве круговых частот²:

$$\dot{K}_n(\omega, a) = \sum_{n=0}^{10} j^n \sqrt{\frac{\sqrt{\pi}}{n! 2^{n-1}}} \exp(-0,5a^2\omega^2) H_n(a\omega). \quad (5)$$

Как уже указывалось выше, отдельные фильтры ортогональны друг другу и выделяют только один признак в сигнале, а фильтры с традиционным базисом (например, функции Гаусса) таким свойством не обладают. Поэтому смысл имеет только результат обработки банком фильтров в сумме. На рис. 6 представлен внешний вид АЧХ согласованного фильтра (5).

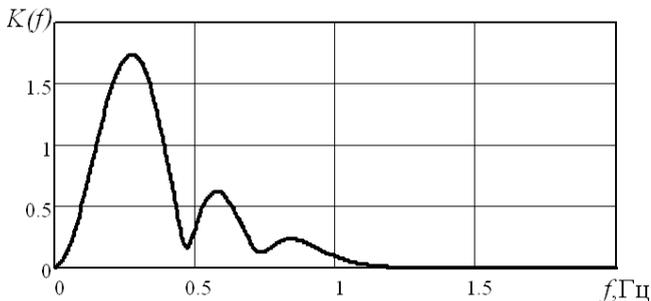


Рис. 6. АЧХ согласованного фильтра.

Fig. 6. The frequency response of the matched filter

² Вывод формулы (3) представлен в [4].

Для увеличения скорости вычисления коэффициентов передачи фильтров, а следовательно и ВКФ, можно воспользоваться свойством рекуррентного соотношения полиномов Эрмита [3]:

$$\dot{K}_{n+1}(\omega, a) = ja\omega\sqrt{\frac{2}{n+1}}\dot{K}_n(\omega, a) + \sqrt{\frac{n}{n+1}}\dot{K}_{n-1}(\omega, a) \quad (6)$$

3. Результаты обработки

Ради простоты при обработке сигналов мы использовали не условие минимума функционала (3), а искали максимум взаимно корреляционной функции исходного сигнала и эталона. На рис. 7 показана ВКФ сигнала и эталона. На том же рисунке изображен фрагмент исходного сигнала. Для ускорения процедуры вычисления она была проведена в спектральной области с использованием алгоритма БПФ. По положениям максимумов ВКФ можно определить период следования тактов дыхания.

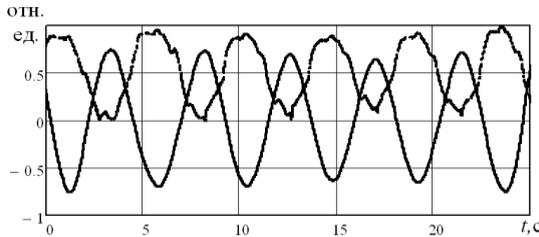


Рис. 7. ВКФ сигнала и эталона (сплошная) и исходный фрагмент сигнала (штрих-пунктир).

Fig. 7. The cross-correlation of the signal and reference value (solid), and the signal sample (dash)

Варьируя параметр масштаба фильтра (5), возможно определить длительность каждого периода дыхания, что также является дополнительной диагностической информацией для исследователя. Тогда ВКФ можно представить в виде линий уровня время — масштаб (рис. 8).

Для определения длительности циклов дыхания на рис. 8 необходимо решить задачу нахождения локального максимума сложной поверхности. Для решения подобного рода задач используются численные методы, реализующие пошаговый принцип нахождения координат локального максимума или экстремума.

К вычислительным методам поиска локальных экстремумов можно отнести градиентные методы, суть которых состоит в последовательном переходе к точкам с меньшими значениями целевой функции, т. е. каждое следующее приближение ищется в виде [11]:

$$x^{n+1} = x^n + \gamma^n \Delta^n, \tag{7}$$

где γ^n — значение шага на предыдущей итерации, Δ^n — значение вектора градиента целевой функции на предыдущей итерации.

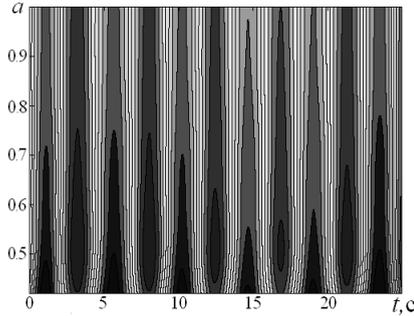


Рис. 8. Топология циклов дыхания на плоскости время — масштаб.
 Fig. 8. The topology of the respiratory cycles in time–scale coordinates

В зависимости от величины шага γ градиентные методы различают так:

- с постоянным шагом,
- с переменным шагом,
- метод наискорейшего спуска.

В качестве критерия завершения алгоритма выступает неравенство:

$$\sqrt{\left(\frac{dS_{\text{былх}}}{da}\right)^2 + \left(\frac{dS_{\text{былх}}}{dt}\right)^2} \leq \delta, \tag{8}$$

где $S_{\text{былх}}$ — ВКФ, δ — точность метода.

Как видно из [11], наиболее быстрым методом является метод наискорейшего спуска. Реализация метода представлена на рис. 9, где в качестве примера представлен один фрагмент цикла дыхания с 1 по 5 секунду. Аналогичную процедуру поиска можно осуществить для других периодов дыхания.

На рис. 9 M_0 — начальная точка с координатами (3, 0.75). В качестве начальной точки могут быть использованы априорные сведения об исследуемом процессе. Например, медицинские данные о циклах дыхания

в норме. Сопоставляя их с полученной информацией, можно судить о наличии патологии.

Для выделения тактов сердцебиений, так же как и для циклов дыхания, был образован эталонный фрагмент. Для этого мы использовали один из тактов сигнала в период задержки дыхания.

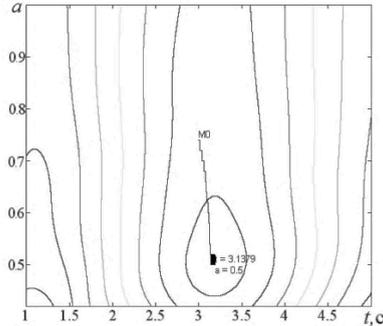


Рис. 9. Реализация метода наискорейшего спуска для одного цикла дыхания.

Fig. 9. The realization of the method of the quickest descent for one respiratory cycle

Поскольку цикл сердцебиения более быстрый, то при аппроксимации суммируются функции Гаусса — Эрмита до 70 порядка. Этот эталонный сигнал можно непосредственно использовать для обработки.

На рис. 10 следующие друг за другом максимумы соответствуют тактам сердечной активности. Никакой дополнительной фильтрации сигнала не проводилось. Период следования ударов сердца в среднем около 0.9 с.

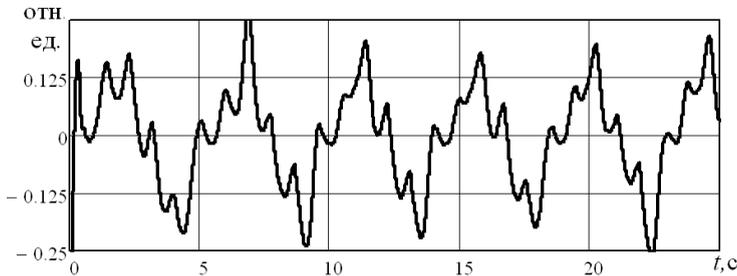


Рис. 10. Результаты обработки с целью выделения тактов активности сердца.

Fig. 10. The processing results for detection of cardiac activity cycles

Если вернуться к рис. 3, то можно установить, что такты деятельности сердца не превышают 10 % от сигналов дыхательной составляющей. Тем не менее, циклы активности сердца хорошо видны на рис. 10. Не-

сколько лучшие результаты можно получить, если предварительно, используя эталон такта дыхания и значения t_i, a_i , реконструировать сигнал, не содержащий тактов сердцебиения, и вычесть его из реального сигнала. Обработывая разностный сигнал описанным выше способом, можно улучшить результат фильтрации. Однако на рис. 10. хорошо видно, что предлагаемый метод выделения сигналов вполне уверенно выделяет заданный сигнал на фоне других и без дополнительных процедур.

Результатам можно придать более наглядную форму при построении ритмограммы. По записям типа тех, что показана на рис. 10, легко реализуется процедура последовательного поиска точек максимумов. Результат такой процедуры приведен на рис. 11.

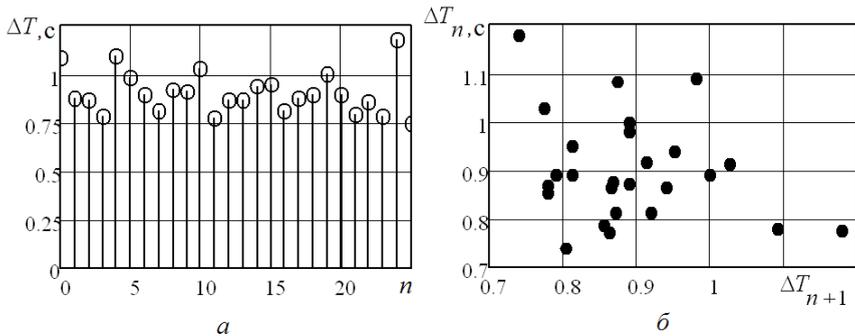


Рис. 11. Ритмограмма (а) и скаттерограмма сердца (б).

Fig. 11. The heart diagram and scattergram

На рис. 11а представлена ритмограмма сердца, проанализировав которую, можно сделать вывод о том, что на записи рис. 3. присутствует некая аритмия, о чем также свидетельствует разброс в скаттерограмме на рис. 11б.

4. Заключение

Изложенный метод согласованной фильтрации на основе функций Гаусса — Эрмита может быть использован не только в медицинской диагностике, но и для диагностики функционирования различных машин и механизмов по собственным акустическим шумам или особенностям изменения потребляемого тока и т. п.

Преимущество разработанного метода состоит в его гибкости, возможности конструирования эталонов сигнала практически любой формы, что увеличивает вероятность обнаружения. Это связано с тем, что иско-

мый сигнал воспроизводится более точно, и выделение его на фоне других сигналов производится более уверенно, чем при использовании традиционной процедуры вейвлет-преобразования. Создание специальных баз данных эталонов различных дефектов и патологий позволит своевременно и быстро обнаружить отклонения функционирования объекта от нормы.

Список литературы

1. Быховский М. А. Пионеры информационного века. История развития теории связи. М.: Эко-Трендз, 2006. 376 с.
2. Яковлев А. Н. Введение в вейвлет-преобразования. Новосибирск: НГТУ, 2003. 104 с.
3. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. М.: Наука, 1964. 344 с.
4. Балакин Д. А., Штыков В. В. Построение ортогонального банка фильтров на основе преобразований Эрмита для обработки сигналов // Журнал радиоэлектроники. 2014. № 9.
5. Martens J. B. The Hermite Transform — Theory // IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing. 1990. P. 1595—1606.
6. Балакин Д. А., Штыков В. В. Использование функций параболического цилиндра для вейвлет-анализа // Вестник Московского энергетического института. 2013. № 5. С. 119—123.
7. Balakin D. A., Shtykov V. V. Processing Breath Sound with the Gauss — Hermite Functions // Processing of the 40th Annual Conference of the International Lung Sounds Association. St. Petersburg, 2015. P. 13—14.
8. Биорадиолокация / ред. А. С. Бугаев, С. И. Ивашов, И. Я. Иммореев. М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2010. 396 с.
9. Блаттер К. Вейвлет-анализ. Основы теории. М. : Техносфера, 2004. 280 с.
10. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы. М. : Высшая школа, 2000. 450 с.
11. Гершкович Ю. Б., Широков К. А. Применение пакета «MATLAB» для решений нелинейных задач оптимизации градиентными методами. М. : РГУНФ им. И. М. Губкина, 2009. 32 с.

References

- [1] M. A. Bykhovsky, *Pionery informatsionnogo veka. Istoriya razvitiya teorii svyazi* [The pioneers of the information age. The history of the development of the communication theory]. Moscow: Eko-Trends, 2006. (In Russ.).
- [2] N. A. Yakovlev, *Vvedenie v veivlet-preobrazovaniya* [Introduction in to the wavelet transform]. Novosibirsk: NSTU, 2003. (In Russ.).
- [3] E. Jahnke, F. Emde, and F. Lösch, *Spetsial'nye funktsii* [Special functions]. Moscow: Nauka, 1964. (In Russ.).
- [4] D. A. Balakin and V. V. Shtykov, “Postroenie ortogonal'nogo banka fil'trov na osnove preobrazovaniy Ermita dlya obrabotki signalov [The construction orthogonal filters bank based on Hermite transform for signal processing],” *J. radio Electron.*, no. 9, 2014.
- [5] J. B. Martens, “The Hermite Transform – Theory,” *IEEE Trans. Acoust.*, vol. 38, no. 9, pp. 1595–1606, 1990.
- [6] D. A. Balakin and V. V. Shtykov, “On apply of parabolic cylinder functions for Vawelet analysis,” “*MPEI Vestnik*” *J.*, no. 5, pp. 119–123, 2013. (In Russ.).
- [7] D. A. Balakin and V. V. Shtykov, “Processing Breath Sound with the Gauss–Hermite Functions,” in *Processing of the 40th Annual Conference of the International Lung Sounds Association*, 2015, pp. 13–14. (In Russ.).

- [8] A. S. Bugaev, S. I. Ivashov, and I. Y. Immoreev, Eds., *Bioradiolokatsiya* [Bioradiolocation]. Moscow: MSTU, 2010. (In Russ.).
- [9] C. Blatter, *Wavelet-analiz. Osnovy teorii* [Wavelet analysis. Fundamental of the theory]. Moscow: Techosphaera, 2004. (In Russ.).
- [10] S. I. Baskakov, *Radiotekhnicheskie tsepi i signaly* [Radio circuits and signals]. Moscow: Vysshaya shkola, 2000. (In Russ.).
- [11] Y. B. Gershkovich and K. A. Shirokov, *Primenenie paketa «MATLAB» dlya reshenii nelineinykh zadach optimizatsii gradientnymi metodami* [The use of «MATLAB» for solution of nonlinear optimization problems with gradient methods]. Moscow: Gubkin university, 2009. (In Russ.).