

Повышение эффективности систем передачи информации путем ортогонализации сигнального базиса

Дегтярев А. Н., Афонин И. Л., Мирянова В. Н.

*Институт радиоэлектроники и информационной безопасности,
Севастопольский государственный университет
ул. Университетская, 33, Севастополь, 299053, Российская Федерация
Imvn1@mail.ru*

Статья поступила 9 июля 2016 г.

Аннотация: Показано, что из эквидистантно смещенных импульсных характеристик нормированных фильтров можно составить квазиортогональный с весом базис. Сделан вывод о том, что при выполнении определенных требований преобразование нормированного фильтра в фильтр нижних частот с заданной частотой среза или в полосовой фильтр с заданными центральной частотой и полосой пропускания не изменяет условий ортогональности. Для передачи информации предлагается использовать сигналы, получаемые с помощью указанного базиса. Получена зависимость предельной скорости передачи информации в предлагаемой системе от порядка фильтра, формирующего канал связи, минимального затухания его импульсной характеристики и полосы пропускания по уровню 3 дБ. Приводятся два варианта построения приемника таких сигналов. Показано, что в условиях межсимвольной интерференции предлагаемый метод построения систем обеспечивает более высокую помехоустойчивость по сравнению с классическим подходом.

Ключевые слова: квазиортогональные функции, вес ортогональности, нормированный фильтр, фильтр нижних частот, полосовой фильтр, импульсная характеристика, предел Найквиста, межсимвольная интерференция, помехоустойчивость.

Для цитирования (ГОСТ 7.0.5—2008): Дегтярев А. Н., Афонин И. Л., Мирянова В. Н. Повышение эффективности систем передачи информации путем ортогонализации сигнального базиса // *Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии*. 2018. Т. 1, № 1. С. 62—77.

Для цитирования (ГОСТ 7.0.11—2011): Дегтярев, А. Н. Повышение эффективности систем передачи информации путем ортогонализации сигнального базиса / А. Н. Дегтярев, И. Л. Афонин, В. Н. Мирянова // *Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии*. — 2018. — Т. 1, № 1. — С. 62—77.

Improving the efficiency of data transmission systems by signal basis orthogonalization

A. N. Degtyarev, I. L. Afonin, and V. N. Miryanova

Institute of Radio Electronics and Information Security,

Sevastopol State University

33, Universitetskaya Str., Sevastopol, 299057, Russian Federation

Imvn1@mail.ru

Received on July 9, 2016

Abstract: It is shown that from the equidistant biased impulse response of normalized filters one can create a quasi-orthogonal weight basis. It is concluded that when certain requirements are carried out the conversion of a normalized filter into a low-pass filter with a predetermined cutoff frequency or into a bandpass filter with a center frequency and a bandwidth given does not alter the orthogonality conditions. It is suggested to use the signals received by the specified basis for data transmission. The dependence of the maximum speed of data transmission in the proposed system on the filter order forming a communication channel, the minimum attenuation of its impulse characteristics and its bandwidth at 3 dB, is obtained. Two options for construction of such signals receiver are indicated. It is shown that in the conditions of inter-symbol interference the proposed method of systems constructing offers better noise immunity in comparison with the classical approach.

Keywords: quasi-orthogonal functions, orthogonal weight, normalized filter, low pass filter, band pass filter, impulse characteristic, Nyquist limit, inter-symbol interference, noise immunity.

For citation (IEEE): A. N. Degtyarev, I. L. Afonin, and V. N. Miryanova, "Improving the efficiency of data transmission systems by signal basis orthogonalization," *Information and Radio Technologies*, vol. 1, no. 1, pp. 62–77, 2018. (In Russ.). doi: 10.15826/icrt.2018.01.1.05

1. Введение

В высокоэффективных цифровых системах передачи информации дисперсия случайной межсимвольной интерференции (МСИ) или случайной межканальной помехи (МКП) существенно превышает мощность шума в канале связи.

Одновременное снижение уровней МСИ и МКП невозможно, что обусловлено принятым в существующей теории описанием сигналов. Сигналы принято представлять в виде рядов по функциям отсчетов, кото-

рыми аппроксимируются импульсные характеристики идеальных фильтров с прямоугольной амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ).

Г. Найквист получил значение для предельной скорости передачи сигналов при отсутствии шума (предел Найквиста) как следствие теоремы дискретизации. Предел Найквиста определяется интервалом смещения функций отсчетов. Как известно, функции отсчетов являются ортогональными функциями только в том случае, если их интервал смещения обратно пропорционален удвоенному значению ширины спектра этих функций ($\alpha = 1/(2\Delta f)$). В этом случае каждая функция отсчетов достигает максимума в те моменты времени, в которые остальные принимают нулевые значения.

Однако на практике функции отсчетов могут быть реализованы только с определенной степенью точности. Для того, чтобы приблизиться к практической ситуации, Г. Найквист вводит в рассмотрение функции Найквиста. Использование сигналов, описываемых функциями Найквиста, приводит к некоторому снижению предельной скорости передачи информации, но одновременно снижает межсимвольную интерференцию. Однако и в этом случае практическая реализация функций Найквиста осуществляется с некоторой погрешностью.

В работе [1] предложено заменить функции Найквиста эквидистантно смещенными импульсными характеристиками физически реализуемых фильтров, линейных инвариантных во времени систем (ЛИВ-систем), которые моделируют каналоформирующее оборудование (КО). Получить ортогональный базис, составленный из предлагаемых функций, можно путем определения веса их ортогональности [1].

В работе [1] показано, что число базисных функций, для которых условия ортогональности выполняются строго, зависит от порядка фильтра. Причем, если базис составлен из эквидистантно смещенных импульсных характеристик фильтра нижних частот (ФНЧ), то число строго ортогонализуемых функций равно порядку фильтра N . Если в качестве базисных функций рассматриваются импульсные характеристики полосового фильтра, то число строго ортогонализуемых функций равно $2N$. Все остальные функции, для которых условия ортогональности не выполняются, будут влиять на уровень межсимвольной интерференции, и, следовательно, ограничивать скорость передачи информации.

Указанный метод позволяет снизить уровни МСИ и МКП при отсутствии аддитивного шума [1].

В качестве моделей КО использовались нормированные фильтры-прототипы нижних частот (НПФ). Как известно, ФНЧ с заданной частото-

той среза и полосовые фильтры (ПФ) с заданными центральной частотой и полосой пропускания рассчитываются путем формальных преобразований.

Целесообразно рассмотреть влияние указанных преобразований на условия ортогональности эквидистантно смещенных импульсных характеристик рассчитанных ФНЧ и ПФ.

Кроме того, представляет интерес рассмотреть влияние параметров фильтра, аппроксимирующего канал связи, на предельную скорость передачи информации и помехоустойчивость систем.

Будем рассматривать такие параметры фильтра, как полоса пропускания $\Delta\omega$ по уровню 3 дБ, центральная частота ω_0 , полюсы $\sigma_k + j\omega_k = p_k$ передаточной функции фильтра.

2. Особенности ортогонализации эквидистантно смещенных импульсных характеристик нормированного фильтра-прототипа

НФП характеризуется временем переходного процесса (длительностью импульсной характеристики) $t_{ux} \cong 5\tau_{\max}$, где τ_{\max} — максимальная постоянная времени, соответствующая минимальному затуханию σ_{\min} , которое, в свою очередь, соответствует i -му корню p_i характеристического уравнения НФП: $p_i = \sigma_{\min} + j\omega_i$.

Тогда интервал смещения α импульсных характеристик, который позволяет получить квазиортогональную систему функций, определяется как

$$\alpha = \frac{t_{ux}}{N} = \frac{5\tau_{\max}}{N} = \frac{5}{\sigma_{\min} N}.$$

Выбор интервала ортогональности T_u в общем случае может быть произвольным. Его величина выбирается исходя из условий конкретной решаемой задачи.

Примем $T_u = t_{ux}$. В этом случае комплексный коэффициент передачи НФП описывается с помощью выражений, используемых при аппроксимации идеальных фильтров (Чебышева, Баттерворта, Бесселя и др.).

3. Условия ортогональности эквидистантно смещенных импульсных характеристик НФП

Импульсная характеристика $g(t)$ НФП записывается в виде

$$g(t) = 1(t) \sum_{k=1}^N A_k e^{(\sigma_k + j\omega_k)t} = 1(t) \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k t}, \quad (1)$$

где $1(t)$ — функция Хевисайда.

Система функций, получаемых при смещении $g(t)$ на интервалы времени, кратные α , определяется соотношением

$$\varphi_n(t) = g(t - n\alpha) = 1(t - n\alpha) \sum_{k=1}^N A_k e^{(\sigma_k + j\omega_k)(t - n\alpha)},$$

где $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$.

Согласно [1] вес $\rho(t)$ ортогональности функций $\varphi_n(t)$, удовлетворяющий условию минимальной энергии, записывается как

$$\rho(t) = \sum_{m=0}^{N-1} \lambda_m \varphi_0(t) \varphi_m(t) = \sum_{m=0}^{N-1} \lambda_m g(t) g(t - m\alpha),$$

где λ_m — неизвестные коэффициенты.

Условия ортогональности представляются в виде

$$\int_0^{t_{ux}} g(t) g(t + n\alpha) \sum_{m=0}^{N-1} \lambda_m g(t) g(t + m\alpha) dt = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0. \end{cases} \quad (2)$$

Подстановка (1) в (2) дает

$$\int_0^{t_{ux}} \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k t} \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k(t+n\alpha)} \sum_{m=0}^{N-1} \lambda_m \left\{ \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k t} \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k(t+m\alpha)} \right\} dt = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0. \end{cases} \quad (3)$$

Система уравнений (3) позволяет определить неизвестные λ_m .

4. Преобразование НФП в фильтр нижних частот

Преобразование передаточной функции НФП $K_{НФП}(p)$ в передаточную функцию ФНЧ $K_{ФНЧ}(p)$ с частотой среза ω_c по уровню 3 дБ

осуществляется путем формальной замены p на $\frac{p}{\omega_c}$:

$$K_{\Phi_{\text{ФНЧ}}}(p) = \prod_{l=1}^N \frac{1}{\frac{p}{\omega_c} - p_l} = \prod_{l=1}^N \frac{\omega_c}{p - \omega_c p_l} = \omega_c^N \prod_{l=1}^N \frac{1}{p - \omega_c p_l}.$$

Таким образом, корни \hat{p}_k характеристического уравнения ФНЧ зависят от корней p_k характеристического уравнения НФП следующим образом:

$$\hat{p}_k = \omega_c p_k = \sigma_k \omega_c + j \omega_k \omega_c.$$

Длительность переходного процесса в ФНЧ равна

$$\hat{t}_{ux} = \frac{5}{\hat{\sigma}_{\min}} = \frac{5}{\sigma_{\min} \omega_c} = \frac{t_{ux}}{\omega_c}.$$

Величина интервала смещения $\hat{\alpha}$ импульсных характеристик ФНЧ определяется как

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{t}_{ux}}{N} = \frac{t_{ux}}{N \omega_c} = \frac{5}{\sigma_{\min} \omega_c N} = \frac{\alpha}{\omega_c}.$$

Импульсная характеристика ФНЧ имеет вид

$$\hat{g}(t) = 1(t) \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k \omega_c t}.$$

Система функций, полученных при смещении $\hat{g}(t)$ на интервалы времени, кратные $\hat{\alpha}$, определяется соотношением

$$\hat{\phi}_n(t) = \hat{g}(t - n \hat{\alpha}) = 1(t - n \frac{\alpha}{\omega_c}) \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k \omega_c (t - n \frac{\alpha}{\omega_c})}.$$

Вес $\hat{\rho}(t)$ ортогональности функций $\hat{\phi}_n(t)$ имеет вид

$$\hat{\rho}(t) = \sum_{m=0}^{N-1} \hat{\lambda}_m \hat{\phi}_0(t) \hat{\phi}_m(t) = \sum_{m=0}^{N-1} \hat{\lambda}_m \hat{g}(t) \hat{g}(t - m \frac{\alpha}{\omega_c}).$$

Условия ортогональности $\hat{\phi}_n(t)$ после преобразования запишутся

$$\int_0^{\frac{t_{ux}}{\omega_c}} \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k \omega_c t} \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k (\omega_c t + n \alpha)} \sum_{m=0}^{N-1} \hat{\lambda}_m \left\{ \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k \omega_c t} \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k (\omega_c t + m \alpha)} \right\} dt = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0. \end{cases}$$

Введем замену $\tau = t \omega_c$. Тогда $t = \frac{\tau}{\omega_c}$, $dt = \frac{1}{\omega_c} d\tau$. И если $t = \frac{t_{ux}}{\omega_c}$, то

$\tau = t_{ux}$. Отсюда получаем:

$$\frac{1}{\omega_c} \int_0^{t_{ux}} \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k \tau} \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k (\tau+n\alpha)} \sum_{m=0}^{N-1} \hat{\lambda}_m \left\{ \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k \tau} \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k (\tau+m\alpha)} \right\} d\tau =$$

$$= \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0. \end{cases} \quad (4)$$

Выражения (4) и (3) совпадают при условии, что $\lambda_k = \hat{\lambda}_k$.

Таким образом, преобразование НФП и ФНЧ с частотой среза ω_c по уровню 3 дБ не изменяет условия ортогональности эквидистантно смещенных импульсных характеристик.

5. Преобразование НФП в полосовой фильтр

Преобразование передаточной функции НФП $K_{НФП}(p)$ в передаточную функцию ПФ $K_{ПФ}(p)$ с полосой пропускания $\Delta\omega$ по уровню 3 дБ и центральной частотой ω_0 осуществляется путем формальной замены p на $\frac{p^2 + \omega_0^2}{\Delta\omega p}$. Заметим, что $\Delta\omega = 2\omega_c$ (ω_c понимается в смысле п. 4).

В этом случае порядок ПФ $N_{ПФ} = 2N$, а корню p_k характеристического уравнения НФП соответствуют два корня \hat{p}_{k1} и \hat{p}_{k2} характеристического уравнения ПФ.

Число эквидистантно смещенных импульсных характеристик ПФ порядка $2N$, которые можно ортогонализировать путем подбора веса $\rho(t)$, не меньше N .

В работе [1] показано, что при выполнении условия $\omega_0 \hat{\alpha} = 2\pi l$ ($l \in N$) можно ортогонализировать только N функций $\varphi_n(t)$, а если это условие не выполняется, то ортогонализации подлежат $2N$ функций $\varphi_n(t)$.

Импульсная характеристика ПФ имеет вид

$$\hat{g}(t) = \sum_{k=1}^N A_k e^{(p_k \omega_c + j\omega_0)t} + \sum_{k=1}^N A_k e^{(p_k \omega_c - j\omega_0)t} = (e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}) \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k \omega_c t}.$$

Система функций, полученных при смещении $\hat{g}(t)$ на интервалы времени, кратные $\hat{\alpha}$, при условии $\frac{\omega_0 \hat{\alpha}}{\omega_c} = 2\pi m$ (m — целое число), определяется соотношением

$$\hat{\varphi}_n(t) = \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k \omega_c (t - n \frac{\alpha}{\omega_c})} (e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}).$$

Вес ортогональности функций $\hat{\varphi}_n(t)$ запишется как

$$\hat{\rho}(t) = \sum_{m=0}^{N-1} \hat{\lambda}_m \hat{\varphi}_0(t) \hat{\varphi}_m(t) = \sum_{m=0}^{N-1} \hat{\lambda}_m \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k \omega_c t} \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k \omega_c (t - m \frac{\alpha}{\omega_c})} (e^{j2\omega_0 t} + e^{-j2\omega_0 t} + 2)$$

Условия ортогональности $\hat{\varphi}_n(t)$ определяются соотношением

$$\frac{6}{\omega_c} \int_0^{t_{ux}} \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k \tau} \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k (\tau + n\alpha)} \sum_{m=0}^{N-1} \hat{\lambda}_m \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k \tau} \sum_{k=1}^N A_k e^{p_k (\tau + m\alpha)} dt = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0. \end{cases} \quad (5)$$

Выражение (5) совпадает с выражением (3) при $\hat{\lambda}_m = \lambda_m$.

Таким образом, преобразование НФП и ПФ с полосой пропускания $\Delta\omega$, определяемой по уровню 3 дБ, не изменяет условия ортогональности эквидистантно смещенных импульсных характеристик. При этом необходимо соблюдение условий

$$\omega_0 \hat{\alpha} = 2\pi l, \quad \hat{\alpha} = \frac{\hat{t}_{ux}}{N}. \quad (6)$$

Невыполнение (6) ведет к изменению условий ортогональности и к необходимости определять коэффициенты $\hat{\lambda}_m$. Однако если $\hat{\lambda}_m$ определены для ПФ порядка $2N$, который можно считать прототипом, то условия ортогональности не изменятся в случае преобразования этого прототипа в ПФ с другой полосой пропускания и центральной частотой, но того же порядка.

6. Расчет предельной скорости передачи информации

Предельная скорость передачи информации по каналу связи в виде НФП равна

$$R = \frac{1}{\alpha} = \frac{\sigma_{\min} N}{5}. \quad (7)$$

С учетом (7) предельная скорость передачи информации в канале связи в виде ФНЧ с частотой среза по уровню 3 дБ ω_c равна

$$\hat{R} = \frac{1}{\hat{\alpha}} = \frac{\sigma_{\min} \omega_c N}{5}. \quad (8)$$

В случае канала связи, аппроксимируемого ПФ, будем считать, что ортогонализации подлежат N функций $\varphi_n(t)$. Предельная скорость передачи информации в канале связи в виде ПФ с полосой пропускания по уровню 3 дБ $\Delta\omega$ и центральной частотой ω_0 равна

$$\hat{R} = \frac{1}{\hat{\alpha}} = \frac{\sigma_{\min} \Delta\omega N}{5}. \quad (9)$$

Рассмотрим случай, когда канал связи сформирован парой фильтров. Фильтр передатчика имеет порядок N . Фильтр приемника является согласованным с импульсной характеристикой фильтра передатчика. Порядок этого фильтра также равен N .

Комплексный коэффициент передачи канала связи в этом случае имеет вид

$$K_K(j\omega) = K(j\omega)K(-j\omega) = K^2(\omega), \quad (10)$$

где $K(j\omega)$ — комплексный коэффициент передачи фильтра передатчика, $K(\omega)$ — АЧХ фильтра передатчика.

Из выражения (10) следует, что канал связи можно представить в виде фильтра порядка $2N$. Минимальное затухание этого фильтра $\hat{\sigma}_{\min}$ равно минимальному затуханию фильтра передатчика. Поскольку импульсная характеристика канала связи является корреляционной функцией импульсной характеристики фильтра передатчика, то длительность переходного процесса в канале связи в 2 раза больше, чем длительность переходного процесса в фильтре передатчика.

Однако, учитывая четность импульсной характеристики канала связи, условие ортогональности на интервале времени от 0 до t_{ix} можно выполнить для $2N$ базисных функций.

В этом случае интервал смещения базисных функций определяется как

$$\hat{\alpha} = \frac{5}{2\Delta\omega\sigma_{\min}N} = \frac{\alpha}{2\Delta\omega}.$$

Предельная скорость передачи информации в рассматриваемом канале связи равна

$$\hat{R} = \frac{1}{\hat{\alpha}} = \frac{2\sigma_{\min}\Delta\omega N}{5} = \frac{2\Delta\omega}{\alpha}. \quad (11)$$

Приведем выражение для предельной скорости передачи, которую обеспечивают каналы связи в виде фильтров Найквиста:

$$R_H = \frac{\Delta\omega}{\pi(1+r)},$$

где r — коэффициент сглаживания.

Зависимость отношения R_H к $\Delta\omega$ от r показана в таблице 1.

Таблица 1. Зависимость R_H от r .

Table 1. The dependence of R_H from r

r	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\frac{R_H}{\Delta\omega}$	0,32	0,29	0,27	0,24	0,23	0,21	0,2	0,19	0,18	0,17	0,16

Если НФП для фильтра передатчика является нормированный ФНЧ Баттерворта N -го порядка, то согласно [2] его затухания определяются как

$$\sigma_k = -\sin \frac{2k-1}{2N} \pi.$$

Тогда $\sigma_{min} = -\sin \frac{\pi}{2N}$, и при больших N имеем

$$\sigma_{min} = -\frac{\pi}{2N}.$$

В соответствии с (8) отношение предельной скорости передачи сигналов к частоте среза по уровню 3 дБ в канале связи в виде ФНЧ равно

$$\frac{\hat{R}}{\omega_c} = \frac{\sigma_{min} N}{5} = \frac{\pi}{10} \approx 0,31.$$

В соответствии с (9) отношение предельной скорости передачи сигналов к полосе пропускания по уровню 3 дБ в канале связи в виде ПФ равно

$$\frac{\hat{R}}{\Delta\omega} = \frac{\sigma_{min} N}{5} = \frac{\pi}{10} \approx 0,31.$$

Согласно (11) отношение предельной скорости передачи сигналов к полосе пропускания по уровню 3 дБ в канале связи, образованном парой фильтр передатчика — согласованный фильтр, равно

$$\frac{\hat{R}}{\Delta\omega} = \frac{2\sigma_{min} N}{5} = \frac{\pi}{5} \approx 0,62.$$

7. Особенности структурных схем систем передачи информации

Рассматриваемый подход позволяет построить систему передачи информации, принцип работы которой поясняется с помощью структурной схемы канала приема символа a_k , показанной на рисунке 1. Кодер передатчика вырабатывает последовательность коротких импульсов $\delta(t - jT)$, уровни которых, в зависимости от передаваемого бита информации, принимают значения a_j и которые смещены на интервалы времени, кратные α

$$y_1(t) = \sum_j a_j \delta(t - j\alpha).$$

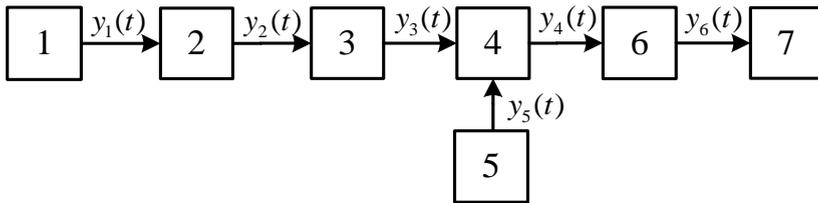


Рис. 1. Структурная схема системы передачи информации (1 — кодер передатчика, 2 — выходной фильтр передатчика, 3 — входной фильтр приемника, 4 — множитель, 5 — генератор опорного сигнала, 6 — интегратор, 7 — решающая схема).

Fig. 1. The block diagram of an information transmission system (1 – coder transmitter, 2 – output transmitter filter, 3 – input filter for a receiver 4 – multiplier, 5 – generator reference signal, 6 – integrator, 7 – decisive scheme)

При наличии в канале связи реализации шума $n(t)$ входной сигнал фильтра приемника равен сумме последовательности взвешенных информационными параметрами эквидистантно смещенных импульсных характеристик $\tilde{g}_1(t - j\alpha)$ фильтра передатчика и шума

$$y_2(t) = \sum_j a_j \tilde{g}_1(t - j\alpha) + n(t).$$

Примем, что входной фильтр приемника согласован с импульсной характеристикой выходного фильтра передатчика, поэтому

$$y_3(t) = \sum_j a_j R_1(t - j\alpha) + \tilde{n}(t),$$

где $R_1(t)$ — корреляционная функция импульсной характеристики $\tilde{g}_1(t)$, $\tilde{n}(t)$ — шумовая компонента.

Поскольку принимается информационный символ a_k , то генератор опорного сигнала вырабатывает колебание вида

$$y_5(t) = a_k R_1(t - k\alpha)\rho(t),$$

где $\rho(t)$ — вес ортогональности функций $R_1(t - k\alpha)$.

Оценка информационного символа \hat{a}_k на выходе интегратора без учета квадратурных переходов между каналами приемника записывается в виде

$$y_6(t) = \hat{a}_k = \int_{k\alpha}^{k\alpha+t_{ix}} a_k R_1(t - k\alpha)\rho(t) \sum_{j=-\infty}^k a_j R_1(t - j\alpha) dt + \int_{k\alpha}^{k\alpha+t_{ix}} a_k R_1(t - k\alpha)\rho(t)\tilde{n}(t) dt. \quad (12)$$

Можно показать, что в силу квазиортогональности функций $R_1(t - k\alpha)$ с весом $\rho(t)$ $2N$ последних слагаемых в сумме выражения (12) равны нулю, поэтому

$$y_6(t) = \hat{a}_k = \int_{k\alpha}^{k\alpha+t_{ix}} a_k R_1(t - k\alpha)\rho(t) \sum_{j=-\infty}^{k-N} a_j R_1(t - j\alpha) dt + \int_{k\alpha}^{k\alpha+t_{ix}} a_k R_1(t - k\alpha)\rho(t)\tilde{n}(t) dt = a_k^2 + a_k \sum_{\substack{j=-\infty \\ j \neq k}}^{k-N} a_j I_{1j}(\alpha) + a_k \xi(\alpha),$$

где
$$I_{1j}(\alpha) = \int_{k\alpha}^{k\alpha+t_{ix}} R_1(t - j\alpha)R_1(t - k\alpha)\rho(t) dt,$$

$$\xi(\alpha) = \int_{k\alpha}^{k\alpha+t_{ix}} R_1(t - k\alpha)\rho(t)\tilde{n}(t) dt.$$

8. Особенности расчета помехоустойчивости систем передачи информации

Будем считать, что шум в канале связи является белым гауссовым шумом. Поэтому шум на выходе согласованного фильтра рассматриваемого канала приемного устройства является гауссовым с нулевым средним и дисперсией, равной

$$D_{\phi} = \frac{N_0}{2} R_1(0),$$

где N_0 — спектральная плотность мощности белого шума.

Дисперсия шума на выходе интегратора записывается как

$$D_{\kappa} = D_{\phi} \int_{k\alpha}^{k\alpha+t_{ix}} R_1^2(t) \rho^2(t) dt = \frac{N_0}{2} R_1(0) \int_{k\alpha}^{k\alpha+t_{ix}} R_1^2(t) \rho^2(t) dt = \frac{N_0}{2} R_1(0) D_R,$$

где

$$D_R = \int_{k\alpha}^{k\alpha+t_{ix}} R_1^2(t) \rho^2(t) dt.$$

Оценка координаты \hat{a}_k без учета квадратурных переходов запишется как

$$\hat{a}_k = a_k^2 + X_k(\alpha) + a_k \sqrt{D_{\kappa}}.$$

где $X_k(\alpha) = a_k \sum_{\substack{j=-\infty \\ j \neq k}}^{k-N} a_j I_{1j}(\alpha)$ — отсчет МСИ в рассматриваемой системе передачи информации.

В случае передачи информации противоположными сигналами

$$a_k = \sqrt{\frac{E_k}{E_g}},$$

где E_k — энергия k -го сигнала, $E_g = \int_0^{t_{ix}} \tilde{g}_1^2(t) dt$ — энергия импульсной характеристики выходного фильтра передатчика.

Получаем

$$\hat{a}_k = \frac{E_k}{E_g} + X_k(\alpha) + \sqrt{\frac{E_k}{E_g}} \sqrt{D_{\kappa}}.$$

В идеальном случае $X_k(\alpha) = 0$, тогда

$$\hat{a}_k = \frac{E_k}{E_g} + \sqrt{\frac{E_k}{E_g}} \sqrt{D_{\kappa}}.$$

Отношение сигнал — шум на входе решающего устройства равно

$$\rho_\rho = \frac{\frac{E_k}{E_g}}{\sqrt{\frac{E_k}{E_g}} \sqrt{D_k}} = \sqrt{\frac{E_k}{E_g}} \frac{1}{\sqrt{\frac{N_0}{2} R_1(0) \int_{kT}^{kT+\alpha} R_1^2(t) \rho^2(t) dt}} = \sqrt{\frac{2E_k}{N_0}} \frac{1}{E_g \sqrt{D_R}}.$$

Здесь учтено, что $R_1(0) = E_g$.

Вероятность ошибки определяется как

$$P_{\text{ис}} = \frac{1}{2^Q} \sum_{l=1}^{2^Q} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{u^2}{2}} du \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{2E_k}{N_0} \frac{1 + \hat{X}_l(\alpha)}{E_g \sqrt{D_R}}}}$$

В идеальном случае, когда все функции $R_1(t - kT)$ ортогональны, имеем

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{u^2}{2}} du \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{2E_k}{N_0} \frac{1}{E_g \sqrt{D_R}}}}$$

Выигрыш в помехоустойчивости от применения предлагаемой системы зависит от отношений

$$\frac{\rho_\rho}{\rho_0} = \frac{\sqrt{\frac{2E_k}{N_0}} \frac{1}{E_g \sqrt{D_R}}}{\sqrt{\frac{2E_k}{N_0} \left(1 - \frac{\hat{X}_l(\alpha)}{E_g}\right)}} = \frac{1}{\sqrt{D_R} \left(E_g - \hat{X}_l(\alpha)\right)}, \quad (13)$$

где $\hat{X}_l(\alpha)$ — отсчет МСИ в классической системе передачи информации.

Если учитывается только максимальное значение отсчета МСИ $\hat{X}_{\text{max}_l}(\alpha)$, то можно записать

$$\frac{\rho_\rho}{\rho_0} = \frac{1}{\sqrt{D_R} \left(E_g - \hat{X}_{\text{max}_l}(\alpha)\right)}. \quad (14)$$

Как следует из выражений (13) и (14), выигрыш в помехоустойчивости от применения предлагаемой системы зависит от значений отсчетов МСИ, энергии импульсной характеристики передающего фильтра и величины параметра D_R .

Для примера оценим вероятности ошибки приема информации, передаваемой противоположными сигналами по каналу связи с гауссовым шумом и межсимвольной интерференцией. Система передачи информации содержит фильтр передатчика в виде НФП Баттерворта 2-го порядка, а на приемном конце имеет коррелятор.

На рисунке 2а в логарифмическом масштабе показаны графики зависимости вероятностей ошибки от отношения сигнал — шум для предлагаемого устройства (кривая 1) и классического приемника (кривая 2) для скорости передачи информации, равной порогу Найквиста.

На рисунке 2б в логарифмическом масштабе показаны графики зависимости вероятностей ошибки от отношения сигнал — шум для предлагаемого устройства (кривая 1) и классического приемника (кривая 2) для скорости передачи информации, равной удвоенному порогу Найквиста.

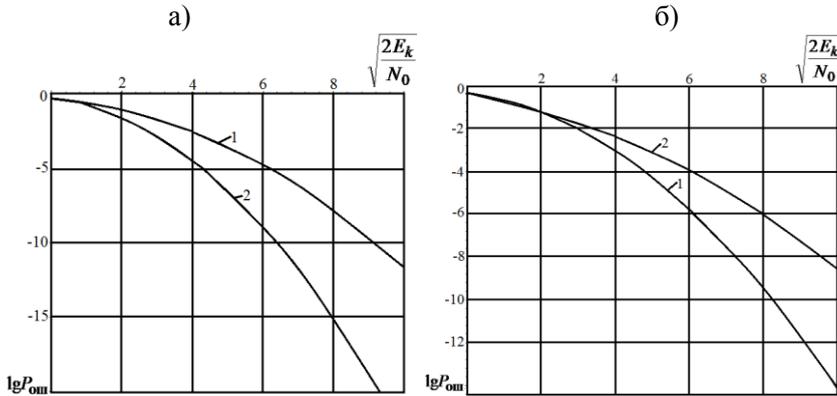


Рис. 2. Графики зависимости вероятностей ошибки от отношения сигнал — шум для предлагаемого устройства и классического приемника.

Fig. 2. Diagrams of dependence of error probability vs. the signal-to-noise ratio for the proposed device and the classic receiver

9. Заключение

Выполненные расчеты показывают, что преобразование НФП в ФНЧ с частотой среза ω_c по уровню 3 дБ не изменяет условия ортогональности эквидистантно смещенных импульсных характеристик.

При соответствующем выборе соотношений между центральной частотой ПФ, интервалом смещения и длительностью импульсных характеристик можно получить условия ортогональности последних, эквивалентные предыдущему случаю. При невыполнении указанных соотношений

условия ортогональности импульсных характеристик ПФ заданного порядка можно получить, зная условия ортогональности импульсных характеристик любого ПФ такого же порядка. При этом необходимо, чтобы оба эти фильтра имели одинаковую математическую аппроксимацию.

Предельная скорость передачи информации в каналах связи с заданной полосой пропускания по уровню 3 дБ прямо пропорциональна произведению значения полосы пропускания, минимального затухания нормированного ФНЧ-прототипа и порядка ЛИВ-системы, аппроксимирующей канал связи.

Ортогонализация эквидистантно смещенных импульсных характеристик каналоформирующего оборудования позволяет повысить предельную скорость передачи сигналов. Использование канала связи, представленного парой фильтр передатчика — согласованный фильтр, позволяет вдвое повысить предельную скорость передачи сигналов, по сравнению с пределом Найквиста.

Расчеты, проведенные для случая, когда скорость передачи информации равна пределу Найквиста, показывают, что классический приемник обладает большей помехоустойчивостью, по сравнению с предлагаемым.

Если скорость передачи информации вдвое превышает предел Найквиста, то классический приемник обладает меньшей помехоустойчивостью, по сравнению с предлагаемым.

Список литературы

1. Дегтярев А. Н. Ортогонализация функций и повышение помехоустойчивости высокоскоростных систем передачи информации. М.: Инфра-М, 2015. 152 с.
2. Лэм Г. Аналоговые и цифровые фильтры: расчет и реализация. М.: Мир, 1982. 592 с.

References

- [1] A. N. Degtyaryov, *Ortogonalizatsiya funktsii i povyshenie pomekhoustoichivosti vysokoskorostnykh sistem peredachi informatsii* [Orthogonalization functions and increase of the noise immunity of high speed transmission systems]. Moscow: Infra-M, 2015. (In Russ.).
- [2] H. Y.-F. Lam, *Analog and digital filters: design and realization*. Moscow: Mir, 1982. (In Russ.).