Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии. 2019. Т. 2, № 2. С. 128—138.
Infocommunications and Radio Technologies, vol. 2, no. 2, pp. 128–138, 2019.
ISSN: 2587-9936 print / 0000-0000 online
DOI: 10.15826/icrt.2019.02.2.11

УДК 537.86 + 621.37 + 621.396

Избранные результаты теоретических и экспериментальных 40-летних исследований текстур, фракталов, дробных операторов и эффектов скейлинга для решения задач радиофизики и радиоэлектроники. Часть 1. Математические основы и новые информационные технологии [1]

Потапов А. А.
Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009, Российская Федерация
potapov@cplire.ru

Получено: 8 сентября 2019 г.
Отрецензировано: 13 сентября 2019 г.
Принято к публикации: 16 сентября 2019 г.

Аннотация: *В работе представлены научные направления и основные полученные автором результаты по созданию новых информационных технологий на основе текстур, фракталов, дробных операторов и динамического хаоса. Исследования проводятся в рамках научного направления «Фрактальная радиофизика и фрактальная радиоэлектроника: проектирование фрактальных радиосистем», инициированного и разрабатываемого автором в ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН с 1979 года по настоящее время. Введение в научный обиход радиолокации вышеупомянутых понятий позволило автору впервые в мире предложить, а затем и применить новые размерностные и топологические (а не энергетические!) признаки или инварианты, которые объединены под обобщенным понятием «топология выборки» ~ «фрактальная сигнатура». В части 1 представлены математические основы новых информационных технологий, предложенных автором.*

Ключевые слова: *радиофизика, радиолокация, нелинейная динамика, фрактал, текстура, дробный оператор, немарковский случайный процесс.*

---

[1] Статья является расширенной версией доклада, представленного на 29-й Международной Крымской конференции «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» — КрыМиКо’2019 (Севастополь, РФ, 8—14 сентября 2019 г.).

Для цитирования (ГОСТ 7.0.5—2008): Потапов А. А. Избранные результаты теоретических и экспериментальных 40-летних исследований текстур, фракталов, дробных операторов и эффектов скейлинга для решения задач радиофизики и радиоэлектроники. Часть 1. Математические основы и новые информационные технологии // Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии. 2019. Т. 2, № 2. С. 128—138.

Для цитирования (ГОСТ 7.0.11—2011): Потапов, А. А. Избранные результаты теоретических и экспериментальных 40-летних исследований текстур, фракталов, дробных операторов и эффектов скейлинга для решения задач радиофизики и радиоэлектроники. Часть 1. Математические основы и новые информационные технологии / А. А. Потапов // Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии. — 2019. — Т. 2, № 2. — С. 128—138.

Selected results of theoretical and experimental 40 years research of textures, fractals, fractional operators and scaling effects for solving problems of radio physics and radio electronics. Part 1. Mathematical foundations and new information technologies

A. A. Potapov
Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS
11/7, Mokhovaya Str., Moscow, 125009, Russian Federation
potapov@cplire.ru

Received: September 8, 2019
Peer-reviewed: September 13, 2019
Accepted: September 16, 2019

Abstract: *Research areas and main results on designing of the new information technologies on the basis of textures, fractals, fractional operators and dynamic chaos which were obtained by the author are presented in this work. The researches are conducted in the framework of scientific direction "Fractal radio physics and fractal radio electronics: designing of fractal radio systems", which was initiated and is developed by the author in V. A. Kotel'nikov IREE RAS since 1979 and up to the present. Introduction of the conceptions above into the scientific usage of radio location allowed the author to propose and then to apply new dimensional and topological (not power!) signs or invariants for the first time in the world, which are united under a generalized conception "sampling topology" ~ "fractal signature". Mathematical foundations of the new information technologies which were proposed by the author are presented in part 1.*

Keywords: *radio physics, radio location, non-linear dynamics, fractal, texture, fractional operator, non-Markovin random process.*

For citation (IEEE): A. A. Potapov "Selected results of theoretical and experimental 40 years research of textures, fractals, fractional operators and scaling effects for solving problems of radio physics and radio electronics. Part 1. Mathematical foundations and new information technologies," *Infocommunications and Radio Technologies,* vol. 2, no. 2, pp. 128–138, 2019. (In Russ.). doi: 10.15826/icrt.2019.02.2.11

1. Введение

В настоящее время в радиофизике, радиоэлектронике и обработке сигналов преимущественно, привычно и повсеместно используются целочисленные меры (интегралы и производные целого порядка), гауссовская статистика, марковские процессы и т.п. [1, 2]. Интенсивное развитие современной радиолокационной техники и технологий ставит перед теорией радиолокации и новые требования. Одни из этих требований не затрагивают основ теории и сводятся к увеличению точности, улучшению существующих и разработке новых методов расчета, другие же являются более фундаментальными и касаются основ теоретической радиолокации. Эти требования представляются наиболее важными как в теоретическом, так и в практическом плане, что и рассмотрено в данной работе.

Отметим, что к главнейшим проблемам радиофизики относятся вопросы радиолокационного обнаружения высокоскоростных, малозаметных и малогабаритных объектов вблизи поверхности земли и моря, а также в метеорологических осадках, что представляет крайне трудную задачу при высокоскоростных целях и непредсказуемых траекториях. Кроме того, помехи от морской поверхности и растительности имеют нестационарный и многомасштабный характер, особенно при малых углах скольжения ϑ. В последнее время появляется все больше различных видов беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). Благодаря их малым габаритам, а также использованию в их конструкциях пластмасс, стекловолокна, пенопласта, даже картона и других слабоотражающих электромагнитные волны материалов, БПЛА имеют небольшую эффективную отражающую способность. Отношение сигнал/помеха q_0^2 для перечисленных выше задач почти всегда заполняет область отрицательных (в децибелах) значений, т.е. $q_0^2 <$ 0—1 дБ. Как хорошо известно, при экспериментах по рассеянию метровых, дециметровых, сантиметровых и миллиметровых волн перед исследователями возникли вопросы правомерности и применимости гауссовских моделей. Вскоре начались многочисленные искусственные попытки создания моделей рассеяния с целью повышения уровня «хвостов» вероятностных распределений амплитуд отраженных сигналов.

Все это делает трудно применимым классические радиолокационные методы и алгоритмы обнаружения, т.е. использование энергетических обнаружителей (отношение правдоподобия определяется исключительно энергией принимаемого сигнала) становится принципиально невозможным. Обнаружение малоконтрастных объектов на фоне указанных выше естественных интенсивных помех неизбежно требует введения и вычисления некоторой принципиально новой характеристики, которая отличается от классических функционалов, связанных с энергией помех и сигнала, а определяется исключительно *топологией* и *размерностью* принятой смеси сигнала с помехами и шумами.

В статье представлены основные направления внедрения текстур, фракталов, дробных операторов и методов нелинейной динамики в фундаментальные задачи радиофизики, радиолокации и широкий спектр радиотехнических наук для создания новых информационных технологий. Исследования проводятся в рамках научного направления «Фрактальная радиофизика и фрактальная радиоэлектроника: проектирование фрактальных радиосистем», инициированного и разрабатываемого автором в ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН с 1979 года по настоящее время.

2. Математические основы фрактально-скейлингового метода

Актуальность проведения данных исследований связана с необходимостью более точного описания реальных процессов, происходящих в радиофизических и радиотехнических системах. Это, прежде всего учет эредитарности, негауссовости и скейлинга (самоподобия, автомодельности) физических сигналов и полей. Все эти понятия входят в описание фрактальных множеств или фракталов, впервые предложенных в 1975 г. Б. Мандельбротом [3].

При фрактально-скейлинговом подходе, предложенном и развиваемом автором в течение 40 лет, описание и обработка сигналов и полей проводится исключительно в пространстве дробной меры с применением гипотез скейлинга, негауссовских устойчивых распределений с тяжелыми хвостами и, по возможности, с применением аппарата дробных интегро-производных. Заметим, что наличие в уравнениях дробной производной по времени интерпретируется как наличие памяти или, в случае стохастического процесса, — немарковости.

1. Основным свойством фракталов является нецелое значение их размерности D. Понятие меры и размерности Хаусдорфа [4] определяется p-

мерной мерой с произвольным вещественным положительным числом p, которую ввел Хаусдорф в 1919 г. Понятия, введенные Хаусдорфом, основываются на конструкции Каратеодори (1914 г.). Размерность Хаусдорфа $\dim_H A$ определяется через хаусдорфову α-меру $mes_{H,\alpha}$ множества в виде

$$mes_{H,\alpha} = \lim_{\varepsilon \to 0} \inf_{\Gamma(A)} \sum [d(U)]^{\alpha}, \qquad (1)$$

где нижняя грань inf берется по конечным или счетным покрытиям Г множества A шарами U, диаметр которых $d(U) < \varepsilon$.

Размерность $\dim_H A$ определяется как такое число α_0, что мера (1) при $\alpha > \alpha_0$ равна нулю, а при $\alpha < \alpha_0$ — бесконечности. В общем случае понятие меры не связано ни с метрикой, ни с топологией. Однако мера Хаусдорфа может быть построена в произвольном метрическом пространстве на основе его метрики, а сама размерность Хаусдорфа связана с топологической размерностью. В ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН были разработаны различные оригинальные методы измерения фрактальной размерности D, в том числе дисперсионный, учет сингулярностей, по функционалам, триадный, на основе метрики Хаусдорфа, вычитания выборок, на основе операции «Исключающее ИЛИ» и т. п. [5—7].

Локально-дисперсионный метод измерений фрактальной размерности D основан на измерении дисперсии интенсивности/яркости σ_i^2 фрагментов оптического или радиолокационного изображения на двух пространственных масштабах δ_i^2:

$$D \approx \frac{\ln \sigma_2^2 - \ln \sigma_1^2}{\ln \delta_2 - \ln \delta_1}, \ i = 1 \text{ или } 2. \qquad (1)$$

В гауссовском случае дисперсионная размерность случайной последовательности сходится к размерности Хаусдорфа соответствующего стохастического процесса. Принципиальная сложность состоит в том, что любой численный метод включает дискретизацию (или дискретную аппроксимацию) анализируемого процесса или объекта, а дискретизация разрушает фрактальные свойства. Для разрешения этого противоречия необходима разработка специальной теории, основанной на методах фрактальной интерполяции и аппроксимации.

Фрактальная размерность D или ее сигнатура $D(t, f, \vec{r})$ в различных участках изображения поверхности является мерой текстуры [5, 6]. Фрактальные методы могут функционировать на всех уровнях сигнала: амплитудном, частотном, фазовом и поляризационном.

2. Дробный математический анализ имеет давнюю историю и чрезвычайно богатое содержание [5, 6, 8—10]. Интерес к дробному математическому анализу возник почти одновременно с появлением классического анализа (ещё в 1695 г. Г. Лейбниц упоминал об этом в письмах к Г. Лопиталю при рассмотрении дифференциалов и производных порядка ½). Следует отметить цикл работ чл.-корр. Петербургской Академии наук (1884 г.) А. В. Летникова, который за время своей 20-летней научной деятельности разработал полную теорию дифференцирования с произвольным указателем [5, 6, 10]. В настоящее время наиболее часто используется выражение дробной производной D_{at}^{α} в форме, предложенной Риманом и Лиувиллем, — ${}_{RL}D_{at}^{\alpha}$. Оператор интегродифференцирования в смысле Римана — Лиувилля дробного порядка $\alpha \in R$ с началом в точке *a* определяется следующим образом [5, 6, 8—10]:

$$ {}_{RL}D_{at}^{\alpha} f(t) = \frac{\operatorname{sign}(t-a)}{\Gamma(-\alpha)} \int_a^t \frac{f(\tau)}{|t-\tau|^{\alpha+1}} d\tau, \quad \alpha < 0, \tag{2} $$

$$ {}_{RL}D_{at}^{\alpha} = f(t), \quad \alpha = 0, \tag{3} $$

$$ {}_{RL}D_{at}^{\alpha} = \operatorname{sign}^n(t-a) \frac{d^n}{dt^n} D_{at}^{\alpha-n} f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t (t-\tau)^{n-\alpha-1} f(\tau) d\tau, \tag{4} $$

где $n-1 < \alpha \le n$, $n \in N$; $\operatorname{sign}(z)$ определяется равенствами $\operatorname{sign} 0 = 0$, $\operatorname{sign} z = z/|z|$, $(z \ne 0)$; $\Gamma(\alpha)$- гамма-функция.

Для дифференцируемых на отрезке [*a*, *b*] функций определения дробных производных по Риману — Лиувиллю и Летникову эквивалентны.

В настоящее время достаточно широко используется формулировка Капуто [5, 6, 8–10]:

$$ {}_{C}D_{at}^{\alpha} f(t) = \operatorname{sign}^n(t-a)\, {}_{RL}D_{at}^{\alpha-n} f^{(n)}(t), \; n-1 < \alpha \le n, \quad n \in N. \tag{5} $$

Производные Римана — Лиувилля и Капуто связаны соотношением:

$$ {}_{C}D_{at}^{\alpha} f(t) = {}_{RL}D_{at}^{\alpha} f(t) - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f^{(k)}(\tau)}{\Gamma(k-\alpha+1)} |\tau - t|^{k-\alpha}, \; n-1 < \alpha \le n, \quad n \in N. \tag{6} $$

В случае $\alpha = n$ получаем

$$ {}_{RL}D_{at}^{n} f(t) = {}_{C}D_{at}^{n} f(t) = \operatorname{sign}^n(t-a) \frac{d^n}{dt^n} f(t), \quad n \in N. \tag{7} $$

Производная Капуто имеет ту же самую физическую интерпретацию, что и производная Римана — Лиувилля. В частности, при $f(0) = 0$ и $0 < \alpha < 1$ имеем точное равенство

$$ {}_{C}D_{0t}^{\alpha} f(t) = {}_{RL}D_{0t}^{\alpha} f(t). \qquad (8)$$

При сравнении этих производных следует обратить внимание на то, что для расчета производной Римана — Лиувилля необходимо знание значений функции, а для производной Капуто — ее производных, что намного сложнее. Некоторое достоинство производной Капуто состоит в том, что она равна нулю для постоянной функции, что более привычно для исследователя.

3. В основе современной теории вероятностей лежат предельные теоремы о сходимости распределений сумм независимых случайных величин к так называемым устойчивым распределениям: гауссовским или негауссовским. Первые опираются на центральную предельную теорему, а вторые (негауссовские) — на предельную теорему, доказанную Б. В. Гнеденко (1939 г.) и В. Дёблин (1940 г.) [11]. В этом случае предельная теорема накладывает ограничения на форму негауссовских распределений. Для того чтобы закон распределения $F(x)$ принадлежал области притяжения устойчивого закона с характеристическим показателем α ($0 < \alpha < 2$), отличного от гауссовского, необходимо и достаточно, чтобы

$$1)\quad \frac{F(-x)}{1-F(x)} \to \frac{c_1}{c_2} \text{ при } x \to \infty, \qquad (9)$$

$$2)\quad \frac{1-F(x)+F(-x)}{1-F(kx)+F(-kx)} \to k^{\alpha} \text{ при } x \to \infty, \qquad (10)$$

где коэффициенты $c_1 \geq 0$, $c_2 \geq 0$, $c_1 + c_2 > 0$, $0 < \alpha < 2$, $k > 0$.

Для доказательства (9) и (10) необходимо и достаточно, чтобы при некотором подборе постоянных B_n, выполнялись условия [11, с. 189]:

$$nF(B_n x) \to \frac{c_1}{|x|^{\alpha}} \ (x < 0), \quad n[1-F(B_n x)] \to \frac{c_2}{x^{\alpha}} \ (x > 0), \qquad (11)$$

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \overline{\lim_{n \to \infty}}\, n\left\{ \int\limits_{|x|<\varepsilon} x^2 dF(B_n x) - \left[\int\limits_{|x|<\varepsilon} x dF(B_n x) \right]^2 \right\} = 0. \qquad (12)$$

Чем меньше величина α, тем длиннее хвост распределения и тем более оно отличается от гауссовского. При $1 < \alpha < 2$ устойчивые законы имеют математическое ожидание; при $0 < \alpha \leq 1$ устойчивые законы не имеют ни дисперсий, ни математических ожиданий. Условиями (9)—(12) определяется так называемая *негауссовская статистика*.

В обычной статистике флуктуации стремятся к нулю, когда размер выборки или число слагаемых N возрастает. Это гарантирует асимптотически точную повторяемость средних значений и является источником традиционных успехов классических статистических методов в радиолокации. Для статистики Леви ситуация может отличаться радикально. При увеличении размера выборки точность статистических оценок не улучшается! Стандартная форма центральной предельной теоремы предсказывает исчезновение флуктуаций при больших N, а из обобщенной центральной предельной теоремы (при $\alpha < 1$) следует, что флуктуации существенны при сколь угодно больших N. Одновременно при $\alpha < 1$ наблюдается случай глобальной неэргодичности процессов.

Отметим еще одно обстоятельство. Нецелые значения показателя α в диапазоне $1 < \alpha \leq 2$ соответствуют обобщенному броуновскому движению с долговременными корреляциями и статистическим самоподобием, т.е. фрактальному процессу. Математическим выражением самоподобия являются степенные законы. Фрактальная размерность пространства вероятностей временного ряда равна показателю α:

$$\alpha = 1/H. \tag{13}$$

где H — показатель Херста. Необходимо различать «обычную» фрактальную размерность D исследуемого сигнала или изображения и фрактальную размерность, определяемую показателем α. Если D характеризует «изломанность» объектов, то α характеризует толщину хвостов вероятностных распределений [5, 6].

3. Основные научные направления

1. Разработка новых информационных технологий для современных бортовых и наземных комплексированных радиотехнических систем дистанционного зондирования и мониторинга окружающей среды, радиолокации, радиовидения и навигации, функционирующих в диапазонах оптических, миллиметровых и сантиметровых волн (ММВ и СМВ). Теоретические и экспериментальные исследования рассеяния и распространения радиоволн с учетом пространственно-неоднородных характеристик зондируемой среды.

2. Фундаментальные исследования в области текстурных и фрактальных подходов к проблемам радиофизики, радиотехники, радиолокации, электродинамики, электроники, управления и широкого спектра смежных научных и технических направлений. Построение моделей соответствующих эредитарных нелокальных реальных стохастических процессов.

3. Применение корреляционно-экстремальных методов для решения задач информационного поиска, обнаружения, измерения характеристик и сопровождения динамических фрактальных и не фрактальных объектов на

стохастических изображениях. Такие задачи возникают в радиолокации, исследовании природных ресурсов, дистанционном зондировании, навигации, метеорологии, обработке информации с беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) и радиолокаторов с синтезированной апертурой (РСА), медицине, биологии, при автоматизации научных исследований и т. д.

4. Разработка теории и проведение экспериментальных исследований широкополосных (ШП) и сверхширокополосных (СШП) процессов и сигналов. Разработка фрактальных и нелинейных ШП и СШП сигналов, включая принципиально новые типы сигналов (*H*-сигналы).

5. Развитие и разработка математических, в том числе текстурных и фрактальных, методов обработки оптических и радиолокационных изображений в информационных системах различного назначения (радиолокация, медицина, материаловедение, нанотехнологии, сканирующие зондовые микроскопы, астрономия и т. д.).

6. Разработка и создание радиоэлектронных устройств для реализации математических фрактальных методов обнаружения сверхслабых многомерных сигналов на фоне интенсивных негауссовских помех для информационных систем нового поколения.

7. Физика основного уравнения радиолокации при зондировании фрактальных объектов и случайно-неоднородных сред. Фрактально-скейлинговая или масштабно-инвариантная радиолокация, фрактальные многочастотные MIMO-системы.

8. Теория дифракции волн на фрактальной многомасштабной поверхности. Многократное рассеяние волн во фрактальных дискретных случайно-неоднородных средах с точки зрения радиолокации самоподобных множественных групповых целей. Волны в неупорядоченных больших фрактальных системах (радиолокация, наносистемы, кластеры беспилотных летательных аппаратов и малоразмерных космических аппаратов, космический мусор и т. п.).

9. Применение теории фракталов в адаптивных популяционных методах формирования динамических группировок БПЛА с организацией «распределенного интеллекта», коллективного взаимодействия БПЛА в группе и в обработке поступающей информации с точки зрения теории их эффективного применения. Разработка решений в рамках понятия распределенной измерительной среды, когда каждая точка некоторой динамической среды способна выполнять сенсорные, измерительные и информационные функции, а также, на основе фрактально-графового подхода, позволяющего изучать рост сложных сетей и метод манипулирования такими сетями на глобальном уровне без детального описания.

10. Формулировка основ фрактальной парадигмы и глобального фрактально-скейлингового метода. Разработка и развитие функционального принципа «Максимум топологии при минимуме энергии» для принимаемого сигнала, позволяющий более эффективно использовать преимущества фрактально-скейлинговой обработки поступающей информации.

4. Заключение

Выполненные исследования [2, 5—7, 10, 12—14] являются приоритетными в мире и служат базой для дальнейшего развития и обоснования практического применения фрактально-скейлинговых и текстурных методов в современной радиофизике, радиолокации и нанотехнологиях, а также в совершенствовании принципиально новых и более точных фрактально-текстурных (топологических) методов обнаружения и измерения параметров сигналов в пространственно-временном радиолокационном канале. Отметим, что прослеживаются глубокие аналогии между созданным автором фундаментальным научным направлением и современной теорией фазовых переходов и критических явлений. По монографиям А.А. Потапова поставлены разнообразные курсы лекций по фракталам в радиофизике и радиоэлектронике в различных университетах России и стран ближнего зарубежья. На 2019 год результаты фундаментальных исследований автора отражены в более чем 1050 работах и 38 книгах и главах в них на русском и английском языках [14].

Источники финансирования и выражение признательности

Работа выполнена в рамках государственного задания и была частично подержана Международным научно-техническим центром (проект № 0847.2, 2000—2005, США), Российским фондом фундаментальных исследований (проекты РФФИ №05-07-90349, 07-07-07005, 07-07-12054, 07-08-00637, 11-07-00203, 18-08-01356-а), а также проектом “Leading Talents” (проект № 00201502, 2016—2020) в Джинанском университете (Гуанджоу, Китай).

Список литературы

1. Skolnik M. I. Radar Handbook. 3nd ed. New York, McGraw Hill, 2008. 1352 p.
2. Бункин Б. В., Реутов А. П., Потапов А. А. и др. Вопросы перспективной радиолокации. М. : Радиотехника, 2003. 512 с.
3. Mandelbrot B. Fractals : Fractals : Form, Chance, and Dimension. San Francisco : Freeman, 1977. 365 p.
4. Rogers C. A. Hausdorff Measures. London : Cambridge Univ. Press, 1970. 179 p.
5. Потапов А. А. Фракталы в радиофизике и радиолокации. М. : Логос, 2002. 664 с.
6. Потапов А. А. Фракталы в радиофизике и радиолокации : Топология выборки. Изд. 2-е, перераб. и доп. М. : Университетская книга, 2005. 848 с.

7. Потапов А. А., Гуляев Ю. В., Никитов С. А., Пахомов А. А., Герман В. А. Новейшие методы обработки изображений / Под ред. А. А. Потапова. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. 496 с.
8. Oldham K. B., Spanier J. The Fractional Calculus. N.Y. : Acad. Press, 1974. 234 p.
9. Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск : Наука и техника, 1987. 688 с.
10. Потапов А. А., Черных В. А. Дробное исчисление А. В. Летникова в физике фракталов. Saarbrücken : LAMBERT Academic Publ., 2012. 688 с.
11. Гнеденко Б. В., Колмогоров А. Н. Предельные распределения для сумм независимых случайных величин. М. ; Л. : Гостехтеореиздат, 1949. 264 с.
12. Потапов А. А. О стратегических направлениях в синтезе новых видов радиолокационных текстурно-фрактальных обнаружителей малоконтрастных объектов с выделением их контуров и локализацией координат на фоне интенсивных помех от поверхности земли, моря и осадков // Труды IV Всероссийской НТК «РТИ Системы ВКО – 2016», посв. 100-летию НИИДАР и 70-летию РТИ им. академика А. Л. Минца (Москва, 2—3 июня 2016 г.). М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017. С. 438–448.
13. Гуляев Ю. В., Потапов А. А. Применение теории фракталов, дробных операторов, текстур, эффектов скейлинга и методов нелинейной динамики в синтезе новых информационных технологий для задач радиоэлектроники (в частности, радиолокации) // Радиотехника и электроника. 2019. Т. 64, № 9. С. 839—854.
14. Профессор Александр Алексеевич Потапов. Биобиблиографический указатель / Под ред. академика Ю. В. Гуляева. М. : 2019. 256 с.

Информация об авторе

Потапов Александр Алексеевич, доктор физико-математических наук, академик Академии инженерных наук им. А. М. Прохорова и академик РАЕН, почетный профессор Евразийского национального университета (Астана, Казахстан), почетный профессор Джинанского университета (Гуанджоу, Китай), Президент совместной китайско-российской лаборатории информационных технологий и фрактальной обработки сигналов, профессор Казанского государственного технического университета (КАИ) им. А. Н. Туполева, действительный член Вневедомственного экспертного совета по проблемам воздушно-космической сферы, главный научный сотрудник Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, г. Москва, Российская Федерация.

Information about the author

Alexander A. Potapov, Dr. Sci. (Phys.-Math), academician of the Academy of Engineering Science of A. M. Prokhorov, academician of Russian Academy of Natural Sciences, honorary professor of the Eurasian National University (Kazakhstan, Astana), honorary professor of the University of Jinan (China, Guangzhou), President of the Sino-Russian Laboratory of Informational Technologies and Signals Fractal Processing, professor of Kazan State Technical University of A.N. Tupolev, full member of nonprofit non-government expert society on space threat defense, chief scientific researcher of the Kotel’nikov Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS, Moscow, Russian Federation.