

УДК 621.372.8

## **Электродинамический анализ круглых волноводов со сложными металлическими гребнями и диэлектрическим заполнением<sup>1</sup>**

Лонкина Д. В., Земляков В. В., Губский Д. С.  
*Физический факультет, Южный федеральный университет  
ул. Зорге, 5, Ростов-на-Дону, 344090, Российская Федерация  
lonkina.daria@yandex.ru*

Получено: 8 сентября 2019 г.  
Отрецензировано: 13 сентября 2019 г.  
Принято к публикации: 16 сентября 2019 г.

**Аннотация:** Решена задача электродинамического анализа модового состава излучения в круглом волноводе со сложными металлическими ребрами и диэлектрическим заполнением. Разработаны алгоритмы расчета критических волновых чисел, постоянных распространения и компонент электромагнитных полей *H*- и *E*-волн с учетом особенности поведения поля вблизи сложного металлического ребра.

**Ключевые слова:** круглый волновод, радиальные металлические гребни, кусочно-слоистое заполнение, сложный контур, плоско-поперечная неоднородность, электродинамический анализ.

**Для цитирования (ГОСТ 7.0.5—2008):** Лонкина Д. В., Земляков В. В., Губский Д. С. Электродинамический анализ круглых волноводов со сложными металлическими гребнями и диэлектрическим заполнением // *Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии*. 2019. Т. 2, № 2. С. 154—164.

**Для цитирования (ГОСТ 7.0.11—2011):** Лонкина, Д. В. Электродинамический анализ круглых волноводов со сложными металлическими гребнями и диэлектрическим заполнением / Д. В. Лонкина, В. В. Земляков, Д. С. Губский // *Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии*. — 2019. — Т. 2, № 2. — С. 154—164.

---

<sup>1</sup> Статья является расширенной версией доклада, представленного на 29-й Международной Крымской конференции «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» — КрыМиКо'2019 (Севастополь, РФ, 8—14 сентября 2019 г.).

# Electrodynamic analysis of circular waveguide with complex metal ridges and dielectric filling

D. V. Lonkina, V. V. Zemlyakov, and D. S. Gubsky  
*Faculty of Physics, Southern Federal University  
Zorge street, 5, 344090, Rostov-on-Don, Russia  
lonkina.daria@yandex.ru*

Received: September 8, 2019  
Peer-reviewed: September 13, 2019  
Accepted: September 16, 2019

**Abstract:** *The problem of electrodynamic analysis of the mode composition of radiation in a circular waveguide with complex metal ridges and dielectric filling is solved. Algorithms have been developed for calculating critical wave numbers, propagation constants, and components of the electromagnetic fields of TM and TE waves, taking into account the specific behavior of the field near a complex metal edge.*

**Keywords:** *circular waveguide, radial metal ridges, dielectric filling, complex contour, plane-transverse inhomogeneity, electrodynamic analysis.*

## 1. Введение

Гребневые волноводы находят широкое применение в современной СВЧ технике. Обычно гребневый волновод состоит из прямоугольного или круглого волновода с одной или несколькими продольными металлическими вставками (гребнями). Основным преимуществом данного вида волноводов является широкий диапазон частот однододового режима работы, возможность создавать на их базе частотно-селективные устройства, а для волноводов круглого сечения – возможность управления поляризацией. Гребневые волноводы используются в приемных и передающих антеннах, в поляризаторах, полосовых фильтрах [1—8]. Благодаря широкой рабочей полосе частот, малым потерям и достаточно высокой передаваемой мощности гребневые волноводы успешно используются для построения направленных ответвителей, создавая достойную конкуренцию полосковым линиям передачи [9]. Наиболее универсальным подходом при синтезе СВЧ устройств на базе гребневых волноводов, в том числе и с диэлектрическим заполнением, является применение прямых численных методов, таких как метод конечных элементов, метод конечных разностей, метод конечного интегрирования, а также их комбинации с вариационны-

ми методами и методами интегральных уравнений [11—13]. Основным недостатком применения данных методов являются высокие требования к вычислительным ресурсам, а также значительное время расчетов. Более того, при отсутствии хорошего начального приближения многие алгоритмы оптимизации вообще не приводят к желаемому результату.

Для электродинамического анализа гребневых волноводов используются различные методы. Количество работ, посвященных электродинамическому анализу круглых волноводов со сложными металлическими ребрами и неоднородным диэлектрическим заполнением, невелико. При этом большинство авторов приводят расчеты только критических волновых чисел для достаточно ограниченного числа волн и геометрических размеров волноводов. Кроме того практически отсутствует расчет и визуализация полей Н- и Е-волн. Для систематизации данного класса волноводов необходимо разработать метод, который будет универсальным, с помощью которого можно рассматривать как волноводы с тонкими металлическими ребрами, так и волноводы со сложными радиальными ребрами. Тогда, задавая различные значения определенных параметров, можно проводить анализ для разных конфигураций волноводов. Поэтому разработка программ электродинамического анализа является актуальной задачей.

## 2. Постановка задачи

В данной работе приведено решение задачи электродинамического анализа критических волновых чисел и компонент электромагнитных полей Н-волн круглого волновода с тонкими радиальными металлическими ребрами и диэлектрическим заполнением. Для повышения точности и скорости вычислений в разработанных алгоритмах реализован учет особенности поведения поля вблизи тонкого металлического ребра.

Рассмотрим постановку задачи и запись компонент поля квази Н-волн в случае конфигурации волновода, которая представлена на рис.1 (рис.1). Для данного типа конфигурации (рис. 1) круглого волновода с плоскими бесконечно тонкими ребрами и диэлектрическим заполнением постановка задачи ставится таким образом, что разбиение будем производить согласно следующим условиям:  $r \in [0, r_1]$  — первая частичная область;  $r \in [r_1, r_2]$  — вторая частичная область (рис. 2).

Для решения поставленной задачи будем использовать метод частичных областей с учетом особенности поведения поля вблизи металлического ребра. Исходя из соображения симметрии, будем рассматривать только четвертую часть поперечного сечения с различными граничными условиями на внешнем контуре, которая показана на рис. 2.

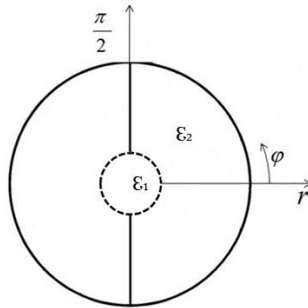


Рис. 1. Структура круглого волновода с металлическими ребрами.  
 Fig. 1. The structure of a circular waveguide with metal ribs

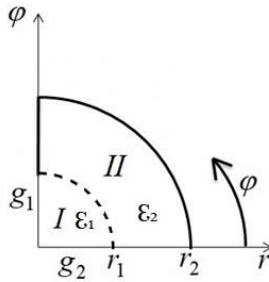


Рис. 2. Разбиение сложной области круглого волновода с металлическими ребрами.  
 Fig. 2. Partitioning a complex region of a circular waveguide with metal ribs.

### 3. Запись компонент поля квази Н-волн

В качестве примера приведем алгоритм расчета для z-компоненты поля квази Н-волн. Компоненты полей в частичных областях будем представлять в виде рядов с неопределенными коэффициентами по собственным функциям частичных областей. Тогда компоненты поля в двух частичных областях с учетом граничных условий будут иметь следующий вид:

$$H_z^1 = \sum_{m=0}^{\infty} A_m^1 \cos \left[ (2m+1-g)\varphi - \frac{\pi}{2}g \right] J_{\nu_1}(\beta_1 r) \quad (1)$$

$$H_z^2 = \sum_{m=0}^{\infty} A_m^2 \cos \left[ (2m+g)\varphi - \frac{\pi}{2}g \right] [J_{\nu_2}(\beta_2 r) - P_m N_{\nu_2}(\beta_2 r)] \quad (2)$$

где  $A_m^1, A_m^2$  — это неизвестные коэффициенты, где  $J_{\nu_1}(\beta_1 r), J_{\nu_2}(\beta_2 r)$  — функции Бесселя первого рода;  $N_{\nu_2}(\beta_2 r)$  — функция Бесселя второго рода, а  $P_m$  определим как:

$$P_m = -\frac{J'_{2m+g}(\beta r_2)}{N'_{2m+g}(\beta r_2)}, \quad (3)$$

где штрих обозначает производную по аргументу.

На границе раздела двух частичных областей введем неизвестные функции  $f_1(\varphi)$  и  $f_2(\varphi)$ , которые определим следующим образом:

$$E_\varphi \Big|_{r=r_1} = -j f_1(\varphi) \quad (4)$$

$$E_z \Big|_{r=r_1} = f_2(\varphi) \quad (5)$$

где неизвестные функции  $f_1(\varphi)$  и  $f_2(\varphi)$  будем искать в виде:

$$f_i(\varphi) = \left(1 - \left(\frac{2\varphi}{\pi}\right)^2\right)^{1/2-2+i} \sum_{i=0}^{\infty} C_i T_{2i+g}\left(\frac{2\varphi}{\pi}\right) \quad (6)$$

где  $C_i$  — неизвестные коэффициенты разложения, а  $T_{2i+g}(x)$  — полиномы Чебышева, которые образуют системы полные и ортогональные функций с весовыми множителями, учитывающими особенность поведения поля вблизи ребра.

Тогда неизвестные коэффициенты  $A_m^1, A_m^2$  в разложениях можно определить через функции  $f_1(\varphi)$  и  $f_2(\varphi)$ , которые заданы на разделе частичных областей:

$$\begin{aligned} A_m^1 &= (J_{\nu_1}(\beta_1 r_1))^{-1} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_1(\varphi) \cos\left[v_1 \varphi - \frac{\pi}{2} g\right] d\varphi = \\ &= (J_{\nu_1}(\beta_1 r_1))^{-1} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{\pi^2}{4} J_{2i+g}\left(\frac{\pi}{2} v_1\right) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} A_m^2 &= (\mu_m (J_{\nu_2}(\beta_2 r_1) - P_m N_{\nu_2}(\beta_2 r_1)))^{-1} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_2(\varphi) \cos\left[v_2 \varphi - \frac{\pi}{2} g\right] d\varphi = \\ &= (\mu_m (J_{\nu_2}(\beta_2 r_1) - P_m N_{\nu_2}(\beta_2 r_1)))^{-1} * J_{\nu_1}(\beta_1 r_1)^{-1} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{\pi^2}{4} J_{2i+g}\left(\frac{\pi}{2} v_2\right) \end{aligned} \quad (8)$$

В результате, выполняя необходимые преобразования, мы получаем систему уравнений вида:

$$\sum_{i=0}^N C_i D_{ij}^h(\beta_q k) = 0 \tag{9}$$

Для нахождения нормированных критических волновых чисел полагаем постоянную распространения равной нулю. В результате получаем систему уравнений:

$$\sum_{i=0}^N C_i D_{ij}^h(\sqrt{\varepsilon_q} k) = 0 \tag{10}$$

Приравнявая определитель данной системы к нулю, получаем уравнение для нахождения критических волновых чисел. Для визуализации полей подставляем значение критических волновых чисел в формулы (1) и (2). Каждому полученному значению постоянной  $z$ -компоненты соответствует своя силовая линия. Задавая в (11) последовательность значений, получаем семейство силовых линий:

$$H_z(r, \varphi) = const \tag{11}$$

#### 4. Результаты расчетов

В качестве примера расчета по созданному алгоритму рассмотрим структуру со следующими параметрами:  $r_1 = 0.35; r_2 = 1.00; \varepsilon_1 = 6.0, \varepsilon_2 = 1.0$ . В таблице 1 представлены критические волновые числа, рассчитанные с помощью созданного алгоритма, где  $M$  — количество членов в ряду,  $N$  — число аппроксимирующих функций.

Таблица 1. Таблица сходимости рассчитанных критических волновых чисел.

Table 1. Convergence table of calculated critical wave numbers

N	M				
	10	30	50	80	100
1	0.8849	0.8532	0.8443	0.8382	0.8358
	2.9965	2.9869	2.9842	2.9824	2.9816
	3.9072	3.8911	3.8864	3.8831	3.8818
	5.5049	5.5029	5.5009	5.5006	5.4990
2	0.8988	0.8573	0.8467	0.8397	0.8370
	2.9966	2.9874	2.9852	2.9837	2.9832
	3.9592	3.9551	3.9541	3.9534	3.9531
	5.5141	5.4899	5.4829	5.4779	5.4760
3	0.9133	0.8616	0.8491	0.8411	0.8381
	3.0015	2.9892	2.9863	2.9845	2.9839
	3.9609	3.9556	3.9543	3.9535	3.9532
	5.5162	5.4900	5.4834	5.4792	5.4776
4	0.9267	0.8662	0.8517	0.8426	0.8393
	3.0049	2.9903	2.9870	2.9849	2.9841
	3.9622	3.9560	3.9545	3.9536	3.9533
	5.5237	5.4928	5.4851	5.4802	5.4783

N	M				
	10	30	50	80	100
5	0.9368	0.8710	0.8545	0.8442	0.8406
	3.0074	2.9914	2.9876	2.9853	2.9844
	3.9633	3.9564	3.9548	3.9538	3.9534
	5.5289	5.4953	5.4865	5.4810	5.4790

Из данной таблицы можно видеть достаточно быструю монотонную сходимость.

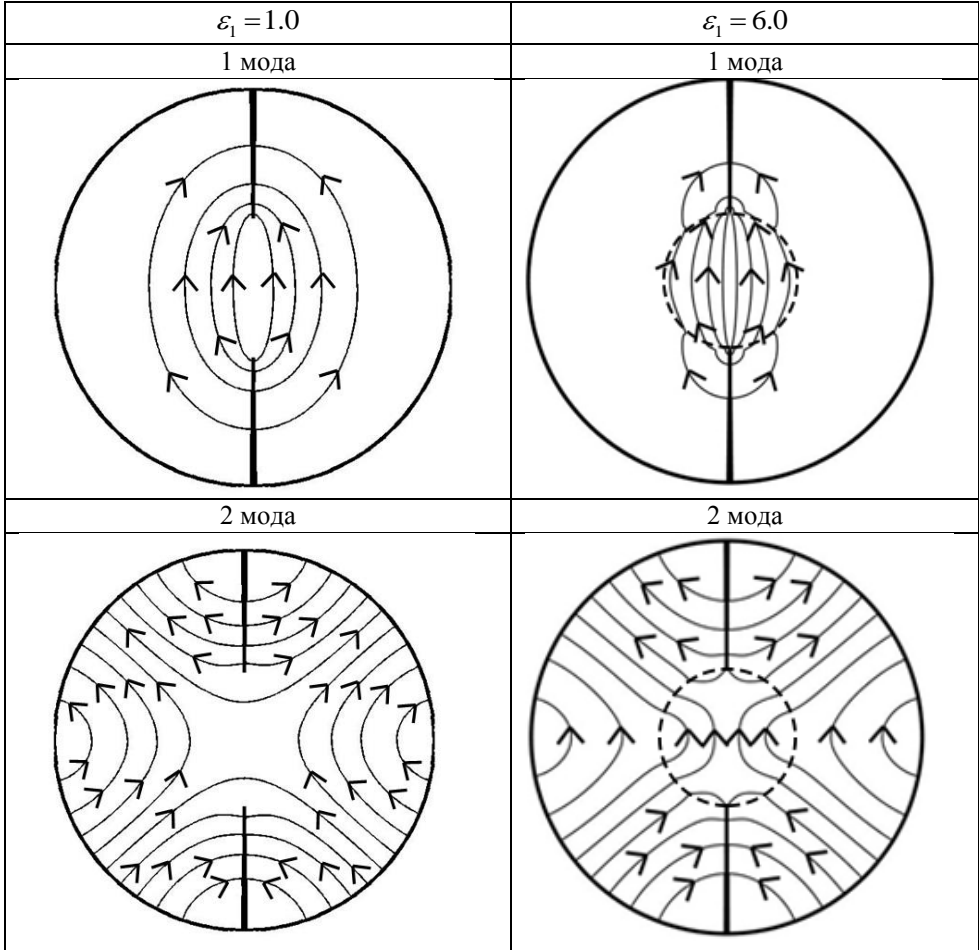


Рис. 3. Картины силовых линий для 1 и 2 мод при разных значениях диэлектрической проницаемости.

Fig. 3. Field line patterns for modes 1 and 2 at different permittivity values

Результаты визуализации полей представлены на рис. 3 и рис. 4. В случае квази Н-волн основная часть силовых линий первой моды расположена в пространстве между ребрами, а у второй моды линии распределены по всему поперечному сечению волновода. У третьей моды силовые линии находятся в основном в пространстве между неоднородностями. Силовые линии четвертой моды сосредоточены за пределами области конечных ребер.

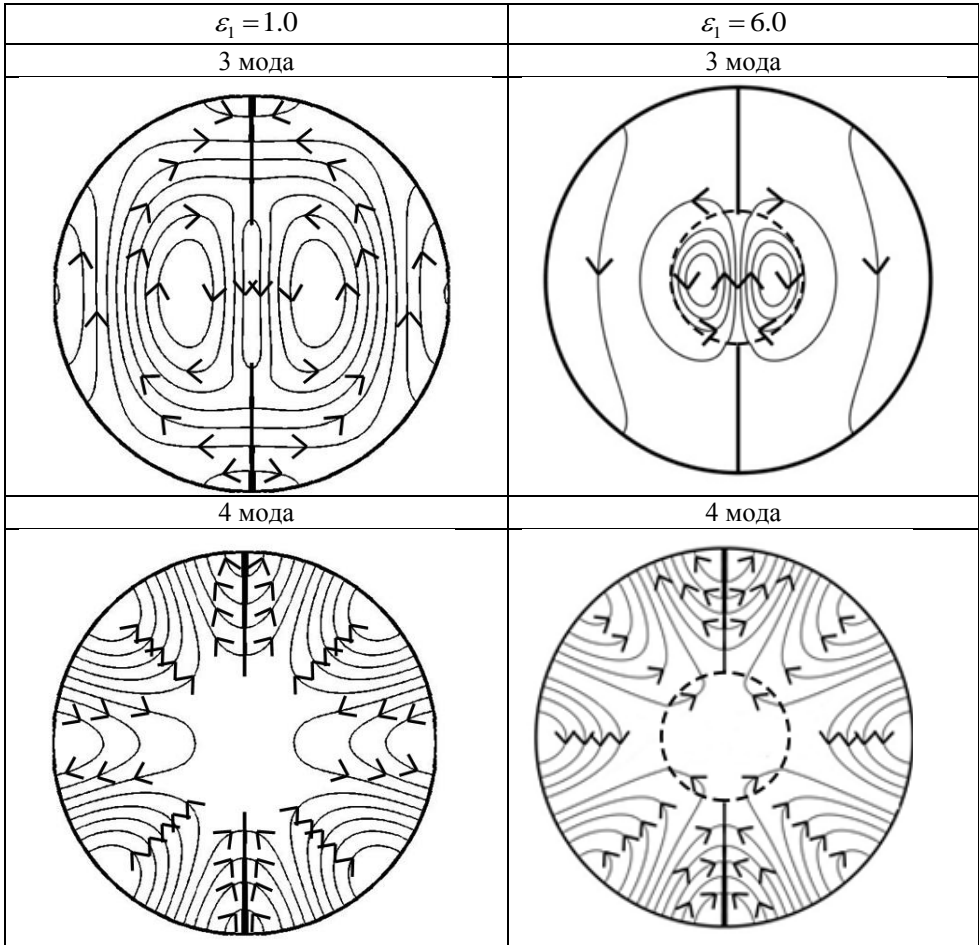


Рис. 4. Картины силовых линий для 3 и 4 мод при разных значениях диэлектрической проницаемости.

Fig. 4. Field line patterns for 3 and 4 modes at different values of permittivity



Для данной структуры были проведены исследования на зависимость критических волновых чисел от различного значения диэлектрической проницаемости, а именно для структуры со следующими параметрами:  $r_1 = 0.35$ ;  $r_2 = 1.00$ ;  $\varepsilon_2 = 1.0$ . На рис. 5 приведены полученные результаты.

Так как поле третьей моды сосредоточено в пространстве между неоднородностями, то изменение диэлектрической проницаемости наиболее сильно влияет на критическое волновое число именно третьей моды. Тогда как критическое волновое число второй моды остается практически без изменения.

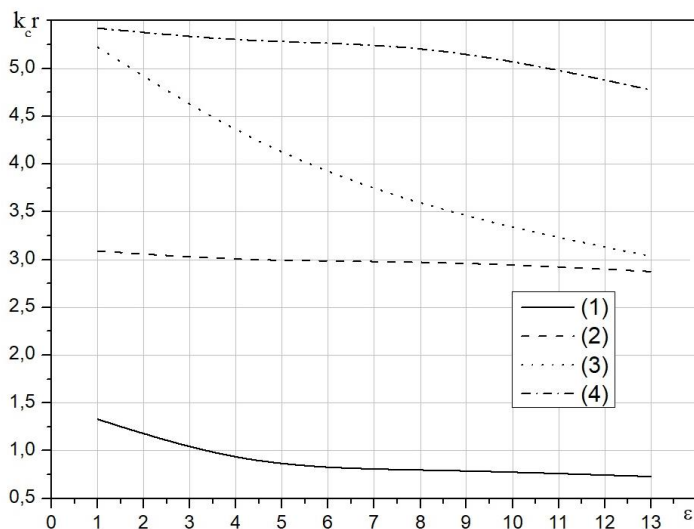


Рис. 5. Зависимость критических волновых чисел от диэлектрической проницаемости.

Fig. 5. The dependence of the critical wave numbers on the dielectric constant.

## 5. Заключение

Таким образом, представленные результаты подтверждают, что разработанная методика электродинамического анализа круглых волноводов со сложными металлическими ребрами и неоднородным диэлектрическим заполнением является эффективной. В результате исследования получен высокоскоростной алгоритм, с помощью которого можно производить расчет критических волновых чисел и компонент электромагнитных полей волновода, а также строить визуализацию силовых линий электромагнитного поля.

Из приведенных результатов видно, что разработанный метод обеспечивает достаточную непрерывность компонент поля на границе раздела частичных областей. Представленная визуализация подтверждает точность и эффективность предложенных алгоритмов и позволяет анализировать влияние металлических ребер и диэлектрического заполнения на распределение электромагнитного поля в поперечном сечении волновода. Приведенные результаты позволяют оценить основные эффекты, связанные с наличием тонкого продольного металлического гребня и диэлектрического заполнения в круглом волноводе. Так, визуализация электромагнитного поля в поперечном сечении дает представления об искажении линий напряженности и позволяет определить области наибольшей плотности электромагнитного поля.

### Список литературы

1. Rong Y., Zaki K. A. "Characteristics of Generalized Rectangular and Circular Ridge Waveguides" // *IEEE Trans. MTT*. 2000. T. 48, № 2. С. 258—265.
2. Amari S., Catreux S., Vahldieck R., Bornemann J. "Analysis of Ridged Circular Waveguides by the Coupled-Integral-Equations Technique" // *IEEE Trans. MTT*. 1998. T. 46, № 5. С. 479—493.
3. Bornemann J., Amari S., Uher J., Vahldieck R. "Analysis and Design of Circular Ridged Waveguide Components" // *IEEE Trans. MTT*. 1999. T. 47, № 3. С. 330—335.
4. Gubskii D. S., Lyapin V. P., Sinyavskii G. P. "Electrodynamic calculation of the parameters of a diaphragmed junction between round waveguides" // *Radio Engineering and Electronic Physics (English translation of Radiotekhnika i Elektronika)*. 1984, T. 29, № 1. С. 12—19.
5. Gubsky D. S., Zemlyakov V. V., Lonkina D. V. "Electrodynamic Analysis of a Circular Waveguide with Thin Metal Ribs" // *Radiophysics and Quantum Electronics*. 2018. T. 61. № 5. С. 362—373.
6. Gubsky D. S., Sinyavsky G. P. "The development of circular waveguide structures for microwave devices taking into account the electromagnetic field singularity" // *Physical Bases of Instrumentation*. 2012. T. 1, № 1. С. 51—75.
7. Seng Yong Yu, Jens Bornemann "Evanescent-mode filters with arbitrary positioned ridges in circular waveguide" // *Proceedings of 2011 IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing*. 2011. С. 504—508.
8. Chong Zhang, Junhong Wang, Meie Chen, Zhan Zhang "A new kind of leaky circular waveguide with periodic slots and wire ridge" // *Proceedings of 2011 Cross Strait Quad-R 14*.
9. Ma C., Wang J., "Design of wide band directional coupler by ridged rectangular waveguide for large power capability", 2015 IEEE 6th International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation, and EMC Technologies, MAPE 2015. С. 587—590.
10. Handamirov V. L., Sergeev D. A. "The Study of Multi-Element Waveguide Feed", *Science and Education of Bauman MSTU*. 2016. № 5. С. 66—81.
11. Mittra R., Lee S. W., *Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves*, Macmillan, New York. 1971.
12. Zargano G. F., Lyapin V. P., Mikhalevsky V. S., et al. *Waveguides of Complex Cross Sections [in Russian]*. М. : Radio i Svyaz', 1986.
13. Zargano G. F., Zemlyakov V. V., Krivopustenko V. V. // *Electrodynamic modeling of electromagnetic field in a rectangular waveguide with two L ridges* // *Journal of Electromagnetic Waves and Electronic Systems*. 2008. T. 13, № 5. С. 54—59.

### Информация об авторах

**Лонкина Дарья Владимировна**, аспирант физического факультета Южного федерального университета, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация. ORCID0000-0002-1208-0138.

**Земляков Вячеслав Викторович**, профессор физического факультета Южного федерального университета, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация. ORCID0000-0002-3932-6759.

**Губский Дмитрий Семенович**, доцент физического факультета Южного Федерального университета, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация. ORCID0000-0001-6651-5953.

### Information about the authors

**Daria V. Lonkina**, postgraduate student of physics faculty at Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia. ORCID 0000-0002-1208-0138.

**Vyacheslav V. Zemlyakov**, professor of physics faculty at Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia. ORCID 0000-0002-3932-6759.

**Dmitry S. Gubsky**, associate professor of physics faculty at Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia. ORCID 0000-0001-6651-5953.