Infocommunications and Radio Technologies, vol. 5, no. 4, pp. 472–483, 2022.
Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии. 2022. Т. 5, № 4. С. 472—483.
ISSN: 2587-9936
DOI: 10.29039/2587-9936.2022.05.4.35

УДК 681.513.8

Модель процесса самоорганизации водителя ритма сердца

Алдонин Г. М., Черепанов В. В.

Сибирский федеральный университет,
Институт инженерной физики и радиоэлектроники
ул. Киренского, 28, г. Красноярск, 660041, Российская Федерация
GAldonin@sfu-kras.ru

Получено: 19 мая 2022 г.
Отрецензировано: 5 июня 2022 г.
Принято к публикации: 5 июня 2022 г.

Аннотация: *В работе рассматривается синергетический анализ физической и физиологической природы электрических процессов в сердце человека, а именно в важнейшей биосистеме — проводящей нервной системе сердца (ПНСС), в частности, водителя ритма сердца (пейсмейкера). В настоящее время активно развиваются перспективные методы исследования ПНСС как активной среды, использующие основы нелинейной динамики. Методы описания активных сред широко используется в исследовании явлений работы водителя ритма сердца, где активная среда представляется как ансамбль некоторых элементов, локально взаимодействующих друг с другом. Самоорганизация в биологических системах может быть представлена на основе нелинейного динамического подхода к описанию механизмов в ПНСС, а именно: рассмотрения Р-клеток пейсмейкера как системы связанных нелинейных осцилляторов. Такой синергетический метод дает реальную основу для моделирования процессов генерации и распространения нервного возбуждения в сердце с использованием теоремы «возврата» Ферми — Пасты — Улама (ФПУ) и теоремы Колмогорова — Арнольда — Мозера (КАМ).*

Ключевые слова: *пейсмейкер, Р-клетки, автоматизм, самоорганизация, самоподобие, автоволны, солитон, n-мерный тор, теорема «возврата» ФПУ, КАМ-теорема.*

Для цитирования (ГОСТ 7.0.5—2008): Алдонин Г. М., Черепанов В. В. Модель процесса самоорганизации водителя ритма сердца // Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии. 2022. Т. 5, № 4. С. 472—483.

Для цитирования (ГОСТ 7.0.100—2018): Алдонин, Г. М. Модель процесса самоорганизации водителя ритма сердца / Г. М. Алдонин, В. В. Черепанов // Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии. — 2022. — Т. 5, № 4. — С. 472—483.

1. Введение

Основной функцией *P*-клеток пейсмейкера является автогенерация электрических импульсов сердечного ритма. Электрические процессы в *P*-клетках водителя ритма определяются циклической работой калиево-натриевого (*K-Na*) насоса. В состоянии покоя работа насоса обеспечивает более высокую концентрацию ионов K^+ внутри клетки и более высокую концентрацию Na^+ вне клетки. В тоже время мембрана более проницаема для ионов K^+. Поэтому они диффундируют во внеклеточную среду и создают там избыток положительного заряда. Считается, что на мембране в нормальном состоянии периодически возникает электрический потенциал, равный примерно 50—70 мВ, называемый потенциалом покоя (ПП). Сотни тысяч *P*-клеток пейсмейкера, связанных через межклеточную жидкость, являются системой связанных нелинейных осцилляторов (ССНО).

Для моделирования электрической активности предлагались относительно простые концептуальные модели, например аксиоматическая модель Винера и Розенблюта [1], так и более сложные модели ФитцХью — Нагумо и ее модификации [2], в основу которых положено детальное описание трансмембранных токов.

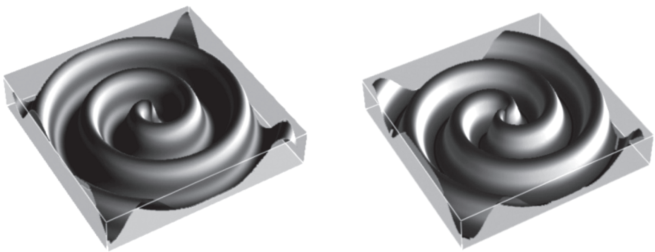
В настоящее время получила развитие перспективная область исследований ПНСС как активной среды. На VI симпозиуме «Биофизика сложных систем. Нелинейные процессы. Самоорганизация в биологических системах» (МГУ, 1999 г.) был представлен нелинейный динамический подход к описанию автоматизма работы пейсмейкера как ансамбля *P*-клеток, которые являются системой связанных нелинейных осцилляторов.

2. Теория

В 1946 г. Н. Винер и А. Розенблют для описания процесса распространения волны возбуждения в сердечной ткани предложили модель клеточного автомата. Модель Винера — Розенблюта была весьма упрощенной; кардиомиоцит, элемент модели, описывался набором дискретных состояний, которые по заданным правилам сменяли друг друга через дискретные промежутки времени. Несмотря на свою простоту, модель Винера — Розенблюта качественно воспроизводит многие феномены, наблюдаемые в реальном миокарде. Однако добиться количественного соответствия результатов, получаемых в этой модели, данным, получаемым в экспериментах на реальном миокарде, оказалось невозможно.

В общем смысле область исследований ПНСС как активной среды представляется как ансамбль некоторых элементов, локально взаимодействующих друг с другом. Согласно модели Н. Виннера и А. Розенблюта, активная среда ПНСС состоит из совокупности сцепленных элементов, находящихся в одном из трех возможных состояний: возбуждения, рефрактерности или покоя. Наличие времени рефрактерности делает возможным существование уже в двумерном случае особых режимов — вращающихся автоволн [3, 4, 5, 6].

Для описания распространения возбуждений в нервном волокне и сердечной ткани предложена модель ФитцХью — Нагумо, порождающая ревербераторы, или вращающиеся спиральные волны. В двумерном случае такие волны называются спиральными волнами (рисунок 1, *а* и *б*), роторами, ревербераторами, или автоволновыми вихрями. Существование автоволновых вихрей — пример самоорганизации, поскольку форма и частота вращения спиральных волн в безграничной среде не связаны с какой-либо неоднородностью, а однозначно определяются свойствами самой среды и не зависят от начальных условий [7, 8]. Феноменология этих процессов может быть объяснена тем, что автоматизм работы водителя ритма является результатом самоорганизации сотен тысяч *P*-клеток, осциллирующих в синоатриальном узле.



а *б*

Рис. 1. «Однорукавная» (*а*) и «двухрукавная» (*б*) спиральные волны.

Fig. 1. “Single-arm” (a) and “two-arm” (b) spiral waves

Другой моделью, описывающей различные типы самоорганизации нелинейных сред, включая образование ревербераторов, является так называемое обобщенное уравнение Гинзбурга — Ландау (1) (рисунок 3).

$$\frac{du}{dt} = a_1 \Delta_2 u + u - a_2 \, | u^2 | \, u \qquad (1)$$

где $u = u_1 + iu_2$ — комплексная функция, a_1 и a_2 — некоторые комплексные константы.

Это уравнение описывает поведение многих нелинейных систем в окрестности точек бифуркации. Для этого уравнения известны автомодельные решения, которые записываются в виде:

$$u(x,y,z) = R(x,y)\exp\{i\omega t + ia(xy)\} \tag{2}$$

На рисунке 2 и рисунке 3 приведены модели спиральных волн модели ФитцХью — Нагумо и Гинзбурга — Ландау.

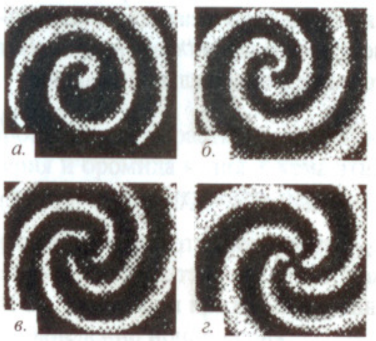


Рис. 2. Спиральные волны модели ФитцХью — Нагумо с топологическими зарядами, равными единице (*а*), двум (*б*), трем (*в*) и четырем (*г*) в химически активной среде.

Fig. 2. Spiral waves of the FitzHugh–Nagumo model with topological charges equal to (a) one, (b) two, (c) three, and (d) four in a chemically active medium

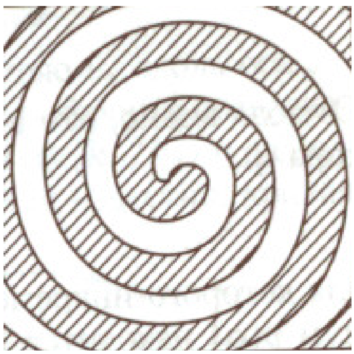


Рис. 3. Спиральная волна, описываемая решением уравнения Гинзбурга — Ландау.

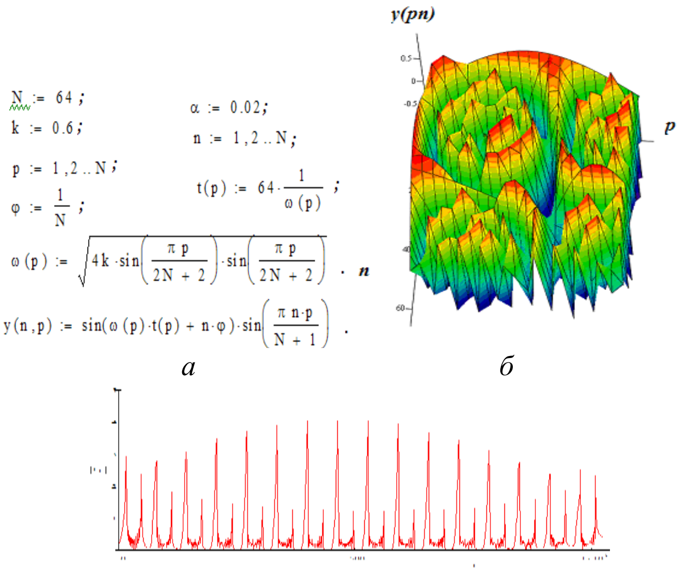
Fig. 3. Spiral wave described by the solution of the Ginzburg–Landau equation

Частные модели не объясняют, каким образом сотни тысяч P-клеток пейсмейкера синхроннонно за счет метаболизмов на клеточном уровне создают на мембране размером в десятки микрон потенциал в десятки милливольт с цикличностью в секундном диапазоне. Моделирование процессов генерации и распространения нервного возбуждения в ПНСС возможно на основе моделей синхронизации системы связанных нелинейных осцилляторов. Синхронизация ССНО является одним из значимых инструментов самоорганизации в биоструктурах. Такая задача имеет место при исследовании ритмогенеза в синоатриальном узле, который состоит из сотен тысяч осцилляторных клеток пейсмейкеров, имеющих собственные циклы.

Одна пейсмейкерная клетка не может эффективно управлять ритмом всех клеток синоатриального узла (САУ); эффективная перестройка ритма САУ может быть достигнута лишь группой электрически тесно связанных клеток пейсмейкера. Но если рассматривать автоматизм работы водителя ритма сердца как результат самоорганизации в синоатриальном узле сотен тысяч осцилляторных *P*-клеток, имеющих собственные циклы осцилляций и связанных между собой через межклеточную жидкость, то можно получить реальную модель автоматизма работы пейсмейкера [9].

Процесс развития автоколебаний в таких самоорганизующихся системах целесообразно представить моделью ССНО и на основе теоремы «возврата» Ферми — Пасты — Улама (ФПУ) (3), которая объясняет образование различных мод колебаний по мере распространения возбуждения по связям между элементами структуры от первоначальных самых высокочастотных колебаний элемента структуры до самых низкочастотных совместных колебаний всех элементов структуры.

$$m\frac{d^2y_n}{dt^2} = k(y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}) + k\alpha[(y_{n+1} - y_n)^3 - (y_n - y_{n-1})^3], n = 1, 2, 3, ..., N. \quad (3)$$



а *б*

в

Рис. 4. Модель ФПУ – *а*, решение теоремы ФПУ – *б*, ее спектр – *в*.

Fig. 4. Fermi–Pasta–Ulam (FPU) model – a, solution of the FPU theorem – b, its spectrum – c

Эта система колебаний представляет собой, согласно теореме А. Н. Колмогорова, n-мерный тор, критерием устойчивости которого согласно КАМ-теореме является иррациональное отношение соседних мод, наилучшее из которых соответствует «золотому сечению» [10]. Хаотическое поведение в области сепаратрис — свойство нелинейных осцилляторов. При возмущении переход к хаосу сопровождается последовательностью бифуркаций и, в соответствии с теорией универсальности Фейгенбаума, в ССНО возможно развитие фрактальных структур, обладающих масштабно-инвариантным самоподобием [11]. Хаос перестает быть синонимом беспорядка и обретает тонкую структуру самоподобного структурно-устойчивого множества фракталов.

Впервые решение вопроса об устойчивости таких систем было дано теорией Колмогорова — Арнольда — Мозера (КАМ-теорема) [12]. КАМ-теорема объясняет механизмы и условия формирования фрактальных структур на основе n-мерного тора по принципу масштабно-инвариантного самоподобия. Квазипериодическое движение с несоизмеримыми частотами на торе при добавлении нелинейного возмущения в результате бифуркаций Хопфа становится «складчатым».

Если отношение частот равно рациональному числу, возникает резонанс, если иррациональному числу — траектория не замыкается. С течением времени она будет сколь угодно близко подходить к любой точке фазового пространства. Наилучшим в этом смысле будет иррациональное отношение частот мод, называемое числом вращения w^*, генерирующего ряд Фибоначчи и отражающего перераспределение энергии по степеням свободы системы в соотношении цепной дроби, так называемого «золотого сечения» [10].

$$w^* = \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\dots}} \text{ или } w^* = \left(\sqrt{5}-1\right)\Big/2 = 0.6180339\dots \qquad (4)$$

Ряд Фибоначчи является фундаментальным масштабным законом самоподобия (скейлингом) структурно-устойчивых систем в природе и объясняет связь спектров типа *1/f* с гармонической самоорганизацией, где правило гармонии является признаком и условием самоорганизации [13].

Учтивая эти особенности морфогенеза, согласно модели самоорганизации на основе n-мерного тора и теореме Колмогорова — Арнольда — Мозера определим модель ССНО для открытых систем как траекторию и спектр осцилляторов, отношения частот которых соответствуют ряду Фибоначчи (рисунок 4)

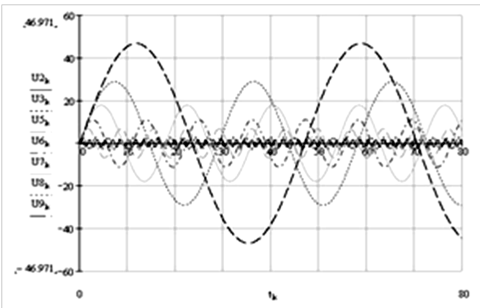
$$F = F_0(t) + \sum_{i=0}^{n} F_i(t),\ i = 1, \ldots, \tag{5}$$

где $F_0(t) = Ae^{j(\omega_0 \cdot t + \varphi_0)}$ — начальная функция без возмущений; $F_i(t) = 0{,}618A_{i+1}e^{j(1{,}618\omega_{i+1} \cdot t + 0{,}618\varphi_{i+1})}$ — функция, в которой амплитуда и частота изменяются в иррациональном соотношении «золотого сечения» по отношению к начальной функции (рисунок 5, *а*).

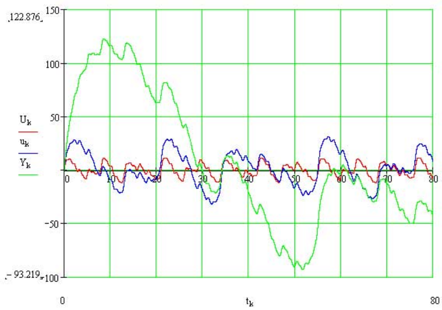
Сумма таких цикличностей образует солитоны, переносящие энергию колебаний в низкочастотную область, формируя по мере возрастания размерности тора спектр вида *1/f* (рисунок 5, *б*). Взаимодействие осцилляторов показывает формирование одиночных волн (солитонов), которые переносят энергию колебаний в низкочастотный спектр. Спектр такой системы будет:

$$S(f) = \sum_{i=1}^{n} A_i e^{-\frac{(f_i - f)}{2k^2}} \tag{6}$$

Здесь $A_0 = 1$, $f_0 = 1$, $i = 1, \ldots, n$; $A_i = 0{,}618 \cdot A_{i-1}$; $f_i = 0{,}618 \cdot f_{i-1}$.



а



б

Рис. 5. Модель *n*-мерного тора ССНО (*а*) и формирование солитонов в ССНО (*б*).

Fig. 5. Model of an n-dimensional torus of system of coupled nonlinear oscillators, SCNO (a) and the formation of solitons in SCNO (b)

Для статистической модели шума *1/f* представим параметры его мод нормально распределенными, т. е. $A_i = A_i + \Delta A_i$ и $f_i = f_i + \Delta f_i$, где ΔA_i *и* Δf_i — случайные возмущения амплитуд и частот спектральных составляющих, распределенных по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением $\sigma_{\Delta Ai}$ и $\sigma_{\Delta fi}$.

В зависимости от коэффициента связи *k* происходит формирование спектральной характеристики вида *1/f*. При значении σ = 0,02 обеспечивается согласие с условием $S_i \cdot f_i = const$ для спектральной характеристики ССНО вида *1/f* (рисунок 6). Формирование спектральной характеристики вида *1/f* происходит за счет перераспределения энергии в спектре связанных осцилляторов в сторону низкочастотных мод по мере увеличения количества осцилляторов в зависимости от коэффициента связи *k*.

Такой автоволновый механизм формирования спекта был показан М. Крускалом и Н. Забуским в модели возврата ФПУ, доказавшим с помощью теоремы Д. И. Кортевега и его ученика Г. де Вриза, что равнораспределению энергии препятствует солитон (вихрь), переносящий энергию из высокочастотной группы мод в низкочастотную [14].

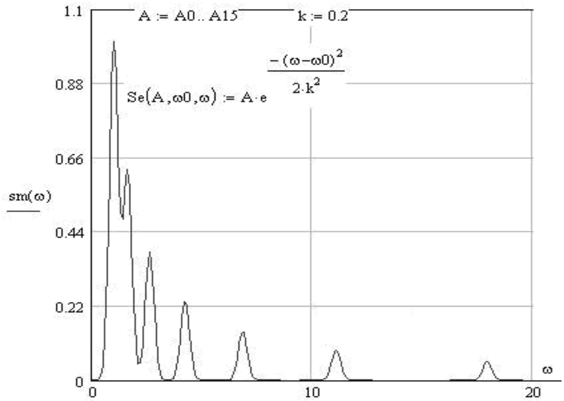


Рис. 6. Спектр *n*-мерного тора ССНО.

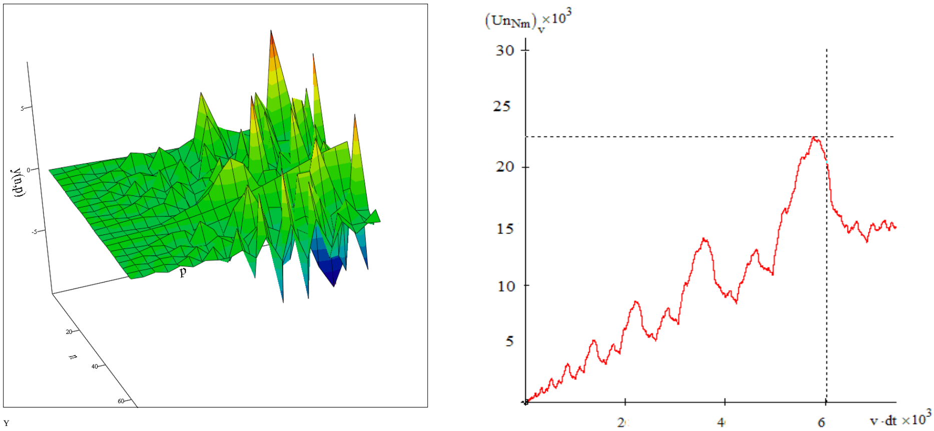
Fig. 6. Spectrum of an n-dimensional torus SCNO

Теорема ФПУ и нелинейная модель ССНО на основе КАМ-теоремы (теорема Колмогорова — Арнольда — Мозера) в виде *n*-мерного тора объясняет, каким образом тысячи клеток пейсмейкера создают на мембране потенциал в десятки милливольт с цикличностью в секундном диапазоне (рисунок 7, *б*).

На рисунке 7 отображен механизм возбуждения *P*-клеток согласно модели *n*-мерного тора КАМ-теоремы и теоремы «возврата» ФПУ.

Согласно КАМ-теореме механизм распространения возбуждения в ССНО происходит одиночными волнами (солитонами) в системе колебаний ССНО в виде *n*-мерного тора (рисунок 7, *а*) [15].

Модель на основе нелинейной модели *n*-мерного тора и КАМ-теоремы показывает, как образуется волна возбуждения в виде солитона. Его периодичность определяется количеством клеток-микроосцилляторов пейсмейкера. Граничным условием для нормы необходимо принять нижнюю частоту порядка одного герца, а ее амплитуду — на уровне ~50 мВ.



а *б*

Рис. 7. Механизм возбуждения *P*-клеток согласно модели *n*-мерного тора КАМ-теоремы (*а*) и нелинейная модель формирования солитонов ССНО на основе КАМ-теоремы (*б*).

Fig. 7. The mechanism of excitation of P-cells according to the model of the n-dimensional torus of the KAM theorem (a) and the nonlinear model of the formation of SCNO solitons based on the KAM theorem (b)

3. Заключение

Автоматизм работы всех клеток синоатриального узла может обеспечить лишь группа электрически связанных через межклеточную жидкость клеток пейсмейкера размерностью в сотни тысяч клеток. При этом образуется волна возбуждения в виде солитона, периодичность которого определяется количеством микроосцилляторов — клеток пейсмейкера. Модель на основе нелинейной модели *n*-мерного тора теоремы ФПУ и КАМ-теоремы как условия устойчивости *n*-мерного тора показывает образование волны возбуждения в виде солитона. С помощью нелинейной модели *n*-мерного тора и КАМ-теоремы можно оценить, при какой размерности системы и за какое время образуется солитон с амплитудой десятки милливольт при значении потенциала клетки пейсмейкера в $14{,}1 \cdot 10^{-8}$ В за счет формирования солитонов в *n*-мерном торе ССНО.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) (грант проект № 19-37-90072).

Список литературы

1. Wiener N., Rosenblueth A. The mathematical formulation of the problem of conduction of impulses in a network of connected excitable elements, specifically in cardiac muscle // Arch Inst Cardiol Mex. 1946. Vol. 16(3). P. 205—265.

2. FitzHugh R. A. Impulses and physiological states in theoretical model of nerve membrane // Biophys. 1961. No. 1. P. 445—466.
3. Hodgkin A. L., Huxley A. F. A quantative description of membrane current and its application conduction and excitation in nerve // J. Physiol., 1952. P. 500—544.
4. Zhang H., Holden A. V., Boyett M. R. The pacemaking system of the heart : from coupled oscillanjr to nonliner waves // Nonlinear Analysis : Theory, Methods & Applications. 1997. Vol. 30, no. 2. P. 1019—1027.
5. Nonlinear Dynamics in Physiology and Medicine. Eds A. Beuter et al. NewYork : Springer Verlag Inc., 2003. 436 p.
6. Мазуров М. Е. Механизм установления единого ритма много пейсмекерного синоатриального узла // Биофизика. 1990. Т. 35, № 6. С. 1001—1006.
7. Мазуров М. Е. Ритмогенез в синоатриальном узле сердца // Биофизика. 2006. Т. 51, № 6. С. 1092—1099.
8. Клиническая аритмология / Под ред. А. В. Ардашева. Москва : ИД Медпрактика, 2009. 1220 с.
9. Алдонин Г. М. Структурный анализ на основе модели самоорганизации биоструктур // Журнал радиоэлектроники. 2006. № 11. URL: http://jre.cplire.ru/jre/nov06/4/text.html.
10. Мозер Ю. КАМ-теория и проблемы устойчивости. Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 448 с.
11. Алдонин Г. М., Черепанов В. В., Ярыгина О. Л. Самоорганизация в системе связанных нелинейных осцилляторов. Радиотехника. 2013. № 6. С. 50—54.
12. Табор М. Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике. М.: УРСС, 2001. 331 с.
13. Алдонин Г. М. Нелинейные динамические модели и структурный анализ проводящей системы сердца // Успехи современной радиоэлектроники. 2012. № 9. С. 46—50.
14. Zabusky N. J., Kruskal M. D. Interaction of “Solitons” in a collisionless plasma and the recurrence of initial states // Phys. Rev. Lett. 1965. Vol. 15. P. 240—243.
15. Алдонин Г. М. Структурный анализ самоорганизующихся систем. Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2017. 344 с.

Информация об авторах

Алдонин Г. М., сотрудник Сибирского федерального университета, г. Красноярск, Российская Федерация.

Черепанов В. В., сотрудник Сибирского федерального университета, г. Красноярск, Российская Федерация.

Model of the Process of Self-Organization of the Heart Rhythm

G. M. Aldonin and V. V. Cherepanov

Siberian Federal University,
Institute of Engineering Physics and Radioelectronics
79, Svobodny prosp., Krasnoyarsk, 660041, Russian Federation
GAldonin@sfu-kras.ru

Received: May 19, 2022
Peer-reviewed: June 5, 2022
Accepted: June 5, 2022

Abstract: *The paper considers a synergistic analysis of the physical and physiological nature of electrical processes in the human heart, namely in the most important biosystem – the conduction nervous system of the heart (CNSH), in particular, the heart pacemaker. Currently, promising methods for studying CNSH as an active medium are being actively developed, using the foundations of nonlinear dynamics. Methods for describing active media are widely used in the study of the phenomena of the work of the heart pacemaker, where the active medium is represented as an ensemble of some elements that locally interact with each other. Self-organization in biological systems can be represented on the basis of a non-linear dynamic approach to the description of mechanisms in CNSH, namely, the consideration of P-cells of the pacemaker as a system of coupled non-linear oscillators. Such a synergistic method provides a real basis for modeling the processes of generation and propagation of nerve excitation in the heart using the Fermi–Pasta–Ulam (FPU) "return" theorem and the Kolmogorov–Arnold–Moser (KAM) theorem.*

Keywords: *pacemaker, P-cells, automatism, self-organization, self-similarity, autowaves, soliton, n-dimensional torus, Fermi–Pasta–Ulam (FPU) "return" theorem, Kolmogorov–Arnold–Moser (KAM) theorem.*

For citation (IEEE): G. M. Aldonin and V. V. Cherepanov, "Model of the Process of Self-Organization of the Heart Rhythm," *Infocommunications and Radio Technologies*, vol. 5, no. 4, pp. 472–483, 2022, doi: 10.29039/2587-9936.2022.05.4.35. (In Russ.).

Acknowledgements

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (RFBR) (project no. 19-37-90072).

References

[1] N. Wiener and A. Rosenblueth, "The mathematical formulation of the problem of conduction of impulses in a network of connected excitable elements, specifically in cardiac muscle," *Arch Inst Cardiol Mex.*, vol. 16(3), pp. 205–265, 1946.

[2] R. FitzHugh, “Impulses and Physiological States in Theoretical Models of Nerve Membrane,” *Biophysical Journal*, vol. 1, no. 6, pp. 445–466, Jul. 1961, doi: 10.1016/S0006-3495(61)86902-6.

[3] A. L. Hodgkin and A. F. Huxley, “A quantative description of membrane current and its application conduction and excitation in nerve,” *J. Physiol*., pp. 500–544, 1952.

[4] H. Zhang, A. V. Holden, and M. R. Boyett, “The pacemaking system of the heart: From coupled oscillators to nonlinear waves,” *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, vol. 30, no. 2, pp. 1019–1027, Dec. 1997, doi: 10.1016/s0362-546x(96)00155-1.

[5] *Nonlinear Dynamics in Physiology and Medicine*. Eds A. Beuter et al. NewYork: Springer Verlag Inc., 2003, doi: 10.1007/978-0-387-21640-9.

[6] M. E. Mazurov, “The mechanism of establishing a single rhythm of the multipacemaker sinoatrial node,” *Biophysics*, vol. 35, no. 6, pp. 1001–1006, 1990. (In Russ.).

[7] M. E. Mazurov, “Rhythmogenesis in the sinoatrial node of the heart,” *Biophysics*, vol. 51, no. 6, pp. 1092–1099, 2006. (In Russ.).

[8] *Clinical arrhythmology*, ed. A. V. Ardasheva. Moscow: Medpraktika, 2009. (In Russ.).

[9] G. M. Aldonin, “Structural analysis based on the model of self-organization of biostructures,” *Journal of radioelectronics*, no. 11, 2006, URL: http://jre.cplire.ru/jre/nov06/4/text.html. (In Russ.).

[10] Yu. Moser, *KAM-theory and stability problems*. Izhevsk: Research Center “Regular and Chaotic Dynamics”, 2001. (In Russ.).

[11] G. M. Aldonin, V. V. Cherepanov, and O. L. Yarygina, “Self-organization in a system of coupled nonlinear oscillators,” *Radiotekhnika*, no. 6, pp. 50–54, 2013. (In Russ.).

[12] M. Tabor, *Chaos and integrability in nonlinear dynamics*, Moscow: URSS, 2001. (In Russ.).

[13] G. M. Aldonin, “Nonlinear dynamic models and structural analysis of the conduction system of the heart,” *Uspekhi sovremennoy radioelektroniki*, no. 9, pp. 46–50, 2012. (In Russ.).

[14] N. J. Zabusky and M. D. Kruskal, “Interaction of ‘Solitons’ in a Collisionless Plasma and the Recurrence of Initial States,” *Physical Review Letters*, vol. 15, no. 6, pp. 240–243, Aug. 1965, doi: 10.1103/physrevlett.15.240.

[15] G. M. Aldonin, *Structural analysis of self-organizing systems*, Krasnoyarsk : Siberian Federal University, 2017.

Information about the authors

G. M. Aldonin, employee of Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russian Federation.

V. V. Cherepanov, employee of Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russian Federation.