

**МОДЕЛЬ МОРФОГЕНЕЗА МАКРОСИСТЕМ В ПРЕДСТАВЛЕНИЯХ АКТИВНЫХ СРЕД**

Семина А.Е., Сидорова А.Э., Левашова Н.Т., Мельникова А.А.

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова**ул. Ленинские Горы, 1, стр. 2, Москва, 119234, РФ**e-mail: syoanya@yandex.ru*

**Аннотация.** В данной работе предложена модель пространственно-временной самоорганизации макросистем – урбоэкосистем как суперпозиций сопряженных активных сред. Данный вид экосистем характеризуется высокой скоростью роста численности и плотности населения за счет концентрации жилых, промышленных, торговых и иных объектов, а также средств коммуникации. Перечисленные условия нарушают динамическое равновесие потоков энергии, вещества и информации, снижают «буферную емкость» природных подсистем и увеличивают нелинейность, а, следовательно, и неустойчивость, системных процессов. В основе модели лежит модифицированное авторами уравнение ФитцХью–Нагумо, учитывающее неоднородности антропогенных (активатор) и природных (ингибитор) факторов. Предложенная модель позволяет выявлять пороговые значения управляющих параметров и рассмотреть основные принципы развития автоволновых процессов, формирующих структуры урбоэкосистем.

**Ключевые слова:** активные среды, автоволновая самоорганизация, урбоэкосистемы.

**MODEL OF MORPHOGENESIS OF MACROSYSTEMS AS AN ACTIVE MEDIUM**

Semina A.E., Sidorova A.E., Levashova N.T., Melnikova A.A.

*Lomonosov Moscow State University**Leninskie Gory St., 1/2, Moscow, 119234, Russia**e-mail: syoanya@yandex.ru*

**Abstract.** In this article, a model of spatio-temporal self-organization of urban ecosystems as a superposition of conjugate active media is proposed. This type of ecosystem is characterized by a high rate of population growth and density due to the concentration of residential, industrial, commercial and other objects, as well as communication media. These conditions disturb the dynamic balance of energy flows and information material, reduce "buffer capacity" natural subsystems and increase nonlinearity, and therefore the instability of system processes. The model is based on the FitzHugh-Nagumo equation, modified by the authors, taking into account the heterogeneity of anthropogenic (activator) and natural (inhibitor) factors. The proposed model makes it possible to identify threshold values of control parameters and to consider the basic principles of the development of autowave processes forming the structures of urban ecosystems. The proposed model allows to identify threshold values of control parameters to consider the basic principles of autowave processes that form the structure of urban ecosystems.

**Key words:** active media, autowave self-organization, urban ecosystems.

**Введение.**

УЭС как сопряженные активные среды относятся к нелинейным динамическим макроструктурам, состоящим из сопряженных во времени и пространстве природных и антропогенных подсистем [1-3]. В УЭС имеется распределенный ресурс (население, промышленные и жилые объекты, транспорт, геобиоценозы). При наличии возмущения в соседних ячейках, связанного с изменением ресурса, процесс способен стать автокаталитическим. Так, в результате увеличения численности и плотности населения растет плотность застройки, увеличивается количество транспорта, промышленных предприятий, торговых и других сопутствующих росту населения структур, протяженность коммуникаций, расширяются границы УЭС, и растущие города имеют тенденцию к слиянию в общие системы. И результатом расширения и слияния УЭС является изменение площадей геобиоценозов, количественного (флуктуации) и качественного (бифуркации) состава трофических сетей.

Самоорганизация проявляется в образовании автоволновых диссипативных структур [4-7], формирующих выделенные степени свободы [8], и способна поддерживать устойчивость УЭС в допороговом состоянии. Управляющими параметрами данного процесса являются природные и антропогенные факторы (возбуждаемые элементы), формирующие длину и форму автоволн. При этом скорости антропогенных процессов, по меньшей мере, на порядок больше скоростей природных процессов [9], поэтому антропогенные процессы в данной модели мы полагаем активаторами, а природные – ингибиторами общесистемных процессов. Данные свойства позволяют качественно оценить пороговые и подпороговые условия распространения автоволнового процесса в зависимости от интенсивности источников воздействия, расположения возбуждаемых, слабовозбуждаемых и невозбуждаемых зон, наличия латентных источников автоволн, численности и плотности населения, и от других факторов. В качестве активаторов системных процессов предлагается рассматривать: загрязнение химическими веществами, техногенные электромагнитные излучения [1], коррозию подземных сооружений и коммуникаций, изменение температуры, кислотности (рН) и окислительно-восстановительного потенциала (Eh) подземных вод, акустические и вибрационные нагрузки на верхний слой литосферы, рост концентрации тяжелых металлов в биогенном веществе и т.д. В качестве ингибиторов – удельное электрическое сопротивление,

возрастание/уменьшение плотности и влажности почво-грунтов, скорость течения и перемешивания подземных вод, площадь природного каркаса и т.д.

### Модель структурообразования урбэкоцистем как процесс автоволновой самоорганизации в активных средах.

На базе уравнения ФитцХью–Нагумо [10] авторами предложена система уравнений [1-3,11]:

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{\partial u}{\partial t} - \varepsilon D_u \Delta u &= -\frac{1}{\varepsilon} (u(u - \alpha(x, y))(u - 1) - uv), \quad 0 \leq x, y \leq L, \quad t > 0; \\ \varepsilon \frac{\partial v}{\partial t} - \varepsilon D_v \Delta v &= -\gamma v + \beta u. \end{aligned} \quad (1)$$

где  $u$  – функция интенсивности антропогенных процессов (активатор);

$v$  – функция интенсивности природных процессов (ингибитор). Введённое авторами произведение  $uv$  расширяет возможности математического анализа перекрестных взаимодействий активатора и ингибитора. Решения уравнения относительно  $u$  и  $v$  неотрицательны.

$\alpha$  – параметр активации системы (определяется как величина, обратная плотности населения),  $\alpha < 1$ .

$\gamma$  – кинетический параметр затухания ингибитора,  $\gamma > 0$ .

$\beta$  – кинетический параметр взаимодействия активатора и ингибитора,  $\beta > 0$ .

$\varepsilon D_u, \varepsilon D_v$  – коэффициенты диффузии активатора и ингибитора.

$\varepsilon$  – параметр, отражающий значительное различие скоростей изменения функций активатора и ингибитора, ( $0 < \varepsilon < 1$ ).

На границе расчетной области задаются краевые условия Неймана:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=-L, x=L} = \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=-L, y=L} = \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{x=-L, x=L} = \left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{y=-L, y=L} = 0.$$

Распределение в начальный момент времени считается известным. Численное решение двумерной задачи проводится в прямоугольнике  $-L \leq x \leq L; -L \leq y \leq L$ , в котором вводится равномерная сетка. Реализация численного счета производится при помощи схемы с эволюционной факторизацией [12, 13]. Распределенные компьютерные вычисления проведены с помощью графических процессоров AMD и компилятора OpenCL.

Вырожденная система уравнений для (1):

$$u(u - \alpha(x, y))(u - 1) + uv = 0; \quad \gamma v - \beta u = 0. \quad (2)$$

В зависимости от количества решений вырожденная система уравнений описывает бистабильную или моностабильную среду [11]. На рисунке 1 представлена диаграмма состояния активной среды в зависимости от соотношения параметров  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$ . Достаточным условием для формирования автоволнового фронта активатора является такое соотношение параметров  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$ , которое соответствует области возбудимой среды, а затухание автоволны возможно, если соотношение параметров лежит в области невозбудимой среды.

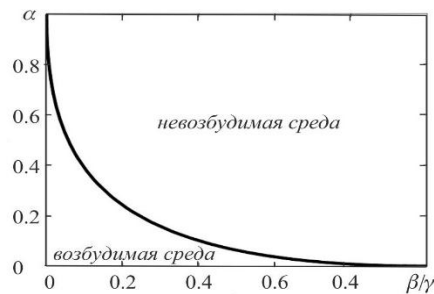


Рисунок 1 – Диаграмма состояния активной среды в зависимости от соотношения параметров  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$

### Результаты численных экспериментов.

А) Для двух городов с сопоставимыми диаметрами с одинаковым распределением плотности населения.

Для проведения численных экспериментов выбиралась следующая функция распределения плотности населения:

$$\rho(x, y) = \rho_0 \left( \exp(-\lambda((x - x_1)^2 + y^2)) + \exp(-\lambda((x - x_2)^2 + y^2)) \right), \quad \lambda = \frac{1}{d^2} \ln \frac{\rho_0}{\rho_d}, \quad (3)$$

где  $(x_1, 0)$  и  $(x_2, 0)$  – координаты центров городов; центр каждого из городов лежит на оси ОУ;  $\rho_0$  и  $\rho_d$  – значения плотности в центре и на расстоянии  $d$  от центра.

Параметры уравнения (1), а также функций  $\rho(x, y)$  и  $u_0(x, y)$  указаны в таблице 1.

Таблица 1 – Параметры системы для двух городов с сопоставимыми диаметрами и одинаковым распределением плотности населения

$\varepsilon$	$D_u$	$D_v$	$\gamma$	$\beta$	$\rho_0$	$\rho_d$	$\rho^*$	$d$	$x_1$	$x_2$
0.007	5	1	20	1	5	1.1	2.3	0.3	-0.4	0.4

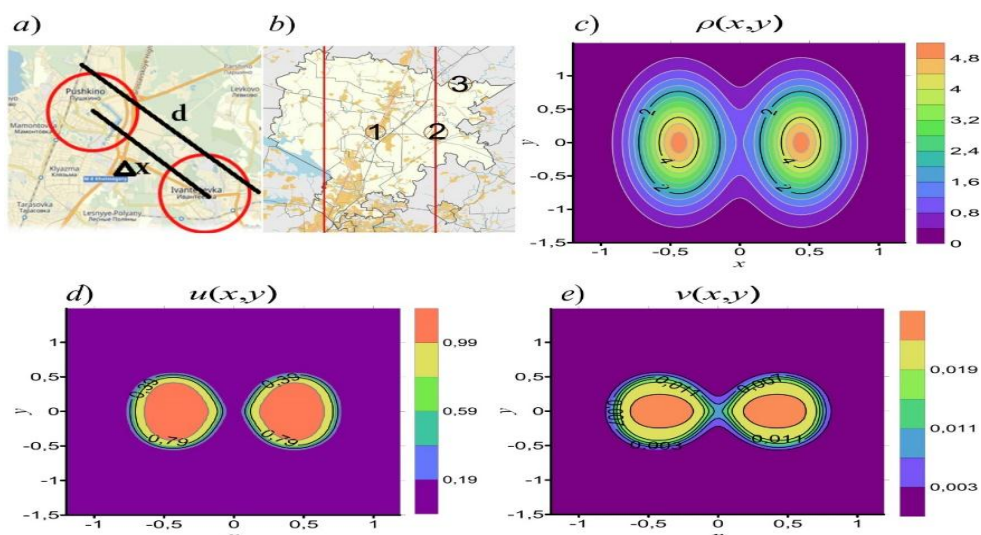


Рисунок 2 – Объект исследования – Пушкино и Ивантеевка (УЭС с одинаковыми пиками распределения плотности населения и площадями территорий): а) карта расположения двух городов; б) рассматриваемые области Пушкино: 1 – в центре, 2 – в переходной области, 3 – на окраине; с) график пространственного распределения функции плотности населения; д) график пространственного распределения функции интенсивности антропогенных процессов; е) график пространственного распределения функции интенсивности природных процессов.

В данном случае (см. рис. 2) два города расположены на достаточном удалении друг от друга, и значение плотности населения между городами меньше критического ( $\rho^*$ ), что приводит к формированию достаточно устойчивой промежуточной зоны (достаточно большая площадь лесного массива) между двумя УЭС с постоянными границами. Поэтому при данных значениях функций  $u$ ,  $v$  и  $\rho$  общий автоволновой фронт не формируется.

Б) Результаты численных экспериментов для двух городов разного диаметра с различными распределениями плотности населения.

Распределение плотности населения в области

$$(x, y) \in \left\{ \left[ -\frac{L}{2}; \frac{L}{2} \right] \times \left[ -\frac{L}{2}; \frac{L}{2} \right] \right\}$$

задается формулой:

$$\rho(x, y) = \rho_{01} \exp\left(-\frac{(x-x_1)^2}{d_{x1}^2} - \frac{(y-y_1)^2}{d_{y1}^2}\right) + \rho_{02} \exp\left(-\frac{(x-x_2)^2}{d_{x2}^2} - \frac{(y-y_2)^2}{d_{y2}^2}\right). \quad (4)$$

Параметры функции  $\rho(x,y)$  и системы (1), при которых проводились расчеты, представлены в таблице 2. Результаты численного эксперимента и данные аэрофотосъемки представлены на рисунке 3.

Таблица 2 – Параметры системы для двух городов с разными  $\rho$  и площадями территорий

$\varepsilon$	$D_u$	$D_v$	$\gamma/\beta$	$\rho_{01}$	$\rho_{02}$	$\rho^*$	$d_{x1}$	$d_{x2}$	$x_1$	$x_2$	$\Delta x$	$d_{y1}$	$d_{y2}$	$y_1$	$y_2$	$L$
0.007	5	1	20	10	5	2.3	0.3	0.3	-0.4	0.4	0.8	0.8	0.8	0	0	2

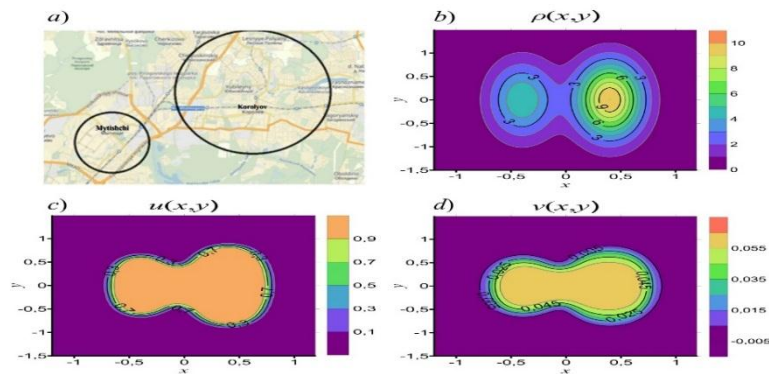


Рисунок 3 – Объект исследования – города: Королев и Мытищи (УЭС разного диаметра с различными распределениями плотности населения): а) карта расположения двух городов; б) график пространственного распределения функции плотности населения; с) график пространственного распределения функции интенсивности антропогенных процессов; д) график пространственного распределения функции интенсивности природных процессов

Таким же образом, за счет присоединения близлежащих территорий с меньшей плотностью населения к основной территории УЭС, происходит формирование мегаполисов, что демонстрирует **модель присоединения населенных пунктов Филя, Мазилово и Кунцево к Москве (1946–1968 гг.)**.

Присоединение происходило поэтапно: в 1952 г. – Филя и Мазилово (небольшой коттеджный поселок), в 1968 г. – Кунцево (см. рис. 5, 6). Расчеты динамики поэтапного присоединения поселков Филя, Мазилово и Кунцево представлены на рисунках 5 и 6. Использование допущения о линейном росте плотности населения и радиусов присоединяемых населенных пунктов позволило провести анализ для промежуточных временных интервалов процесса урбанизации – образования Москвы. Данные модельного расчета посредством безразмерной модели в полной мере согласуются с динамикой развития реальных экосистем.

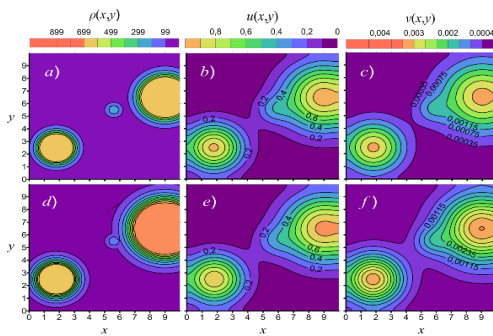


Рисунок 4 – Присоединение Мазилово к г.Фили 1947 год: а) плотность населения ( $\rho$ ), б) функция интенсивности активатора ( $u$ ), с) функция интенсивности ингибитора ( $v$ ); 1949 год: д) плотность населения ( $\rho$ ), е) функция интенсивности активатора ( $u$ ), ф) функция интенсивности ингибитора ( $v$ )

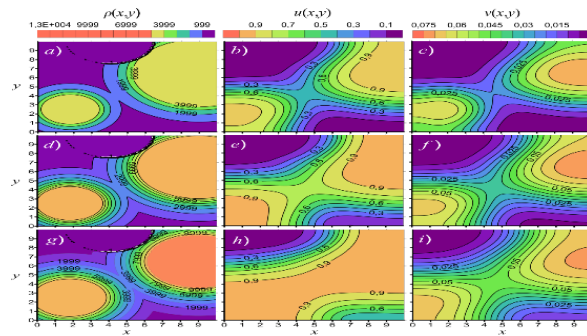


Рисунок 5 – Присоединение г. Кунцево к Москве 1956 год: а) функция плотности населения ( $\rho$ ), б) функция интенсивности активатора ( $u$ ), с) функция интенсивности ингибитора ( $v$ ); 1962 год: д) плотность населения ( $\rho$ ), е) функция интенсивности активатора ( $u$ ), ф) функция интенсивности ингибитора ( $v$ ); 1968 год: г) плотность населения ( $\rho$ ), х) функция интенсивности активатора ( $u$ ), и) функция интенсивности ингибитора ( $v$ )

### Заключение.

Использованный нами подход основан на представлениях об автоволновой самоорганизации в активных средах. В настоящей работе в качестве антропогенных факторов, контролирующих пространственно-временную структуру развития урбоэкосистем, рассмотрены факторы социально-экономического и физико-химического характера. Установлено, что при переходе из одной УЭС в другую плотность населения и соотношение  $\gamma/\beta$  изменяется скачкообразно. Этот вывод соответствует теории самоорганизации: при переходе на новый уровень происходит качественный скачок в структуре и функциях системы. Особенно это характерно для развития мегаполисов за счет прилегающих территорий – небольших городов, которые в результате присоединения попадают на новый иерархический уровень эволюции УЭС – мегаполисов. Предложенная модель позволяет описывать характерные свойства УЭС, а обоснованность ее применения подтверждается аналитическими и численными методами. Моделирование режимов срыва подобных систем в хаотические режимы требует дополнительного рассмотрения.

**Список литературы / References:**

1. Сидорова А.Э., Мухартова Ю.В., Яковенко Л.В. Урбоэкосистемы как суперпозиция сопряженных активных сред. *Вестник Московского Университета. Серия 3. Физика. Астрономия*, 2014, № 5, с. 29-35. [Sidorova A.E., Mухartova Yu.V., Yakovenko L.V. Urban Ecosystem as a Superposition of Interrelated Active Media. *Moscow University Physics Bulletin, part 3. Physics. Astronomy*, 2014, no. 5, pp. 29-35. (In Russ.)]
2. Сидорова А.Э., Левашова Н.Т., Мельникова А.А., Дерюгина Н.Н., Семина А.Е. Автоволновая самоорганизация в неоднородных природно-антропогенных экосистемах. *Вестник Московского Университета. Серия 3. Физика. Астрономия*, 2016, № 6, с. 39-45. [Sidorova A.E., Levashova N.T., Melnikova A.A., Deryugina N.N., Semina A.E. Autowave self-organization in heterogeneous natural-anthropogenic ecosystems. *Moscow University Physics Bulletin, part 3. Physics. Astronomy*, 2016, no. 6, pp. 39-45. (In Russ.)]
3. Levashova N., Melnikova A., Semina A., Sidorova A. Autowave mechanisms of structure formation in urban ecosystems as the process of self-organization in active media. *Communication on Applied Mathematics and Computation*, vol. 31, no. 1, pp. 32-42.
4. Murray J.D. *Mathematical Biology II: Spatial Models and Biomedical Applications*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2003, 811 p.
5. Елькин Ю.В. Автоволновые процессы (краткий обзор). *Математическая биология и биоинформатика*, 2006, т. 1, № 1, с. 27-40. [Elkin Yu.V. Autowave processes (short review). *Mathematical Biology and Bioinformatics*, 2006, vol. 1, no. 1, pp. 27-40. (In Russ.)]
6. Васильев В.А., Романовский Ю.М., Яхно В.Г. *Автоволновые процессы*. М.: Наука, 1987, 240 с. [Vasiliev V.A., Romanovsky Yu.M., Yakhno V.G. *Autowave processes*. М.: Nauka, 1987, 240 p. (In Russ.)]
7. Романовский Ю.М., Степанова Н.В., Чернавский Д.С. *Математическая биофизика*. М.: Наука, 1984, 304 с. [Romanovsky Yu.M., Stepanova N.V., Chernavsky D.S. *Mathematical Biophysics*. М.: Nauka, 1984, 304 p. (In Russ.)]
8. Твердислов В.А., Малышко Е.В., Ильченко С.А. От автоволновых механизмов самоорганизации к молекулярным машинам. *Известия РАН. Серия физическая*, 2015, т. 79, № 12, с. 1728-1732. [Tverdislov V.A., Malyshko E.V., Ichenko S.A. From Autowave Mechanisms of Self-Assembly to Molecular Machines. *Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Physical series*, 2015, vol. 79, no. 12, pp. 1728-1732. (In Russ.)]
9. Савенко В.С. *Геохимические аспекты устойчивого развития*. М.: ГЕОС, 2003, 180 с. [Savenko V.S. *Geochemical aspects of sustainable development*. М.: GEOS, 2003, 180 p. (In Russ.)]
10. FitzHugh R.A. Impulses and physiological states in theoretical model of nerve membrane. *Biophys. J.*, 1961, pp. 445-466.
11. Сидорова А.Э., Левашова Н.Т., Мельникова А.А., Яковенко Л.В. Популяционная модель урбоэкосистем в представлениях активных сред. *Биофизика*, 2015, т. 60, № 3, с. 574-582. [Sidorova A.E., Levashova N.T., Melnikova A.A., Yakovenko L.V. Population model of urban ecosystems as active media. *Biophysics*, 2015, vol. 60, no. 3, pp. 574-582. (In Russ.)]
12. Калиткин Н.Н., Корякин П.В. *Численные методы: в 2 кн. Кн 2. Методы математической физики*. М.: Издательский центр «Академия», 2013, 303 с. [Kalitkin N.N., Koryakin P.V. *Numerical methods: in 2 books. Methods of mathematical physics*. М.: The publishing center "Academy", 2013, 303 p. (In Russ.)]
13. Самарский А.А., Гулин А.В. *Численные методы математической физики*. М.: Научный мир, 2003, 316 с. [Samarsky A.A., Gulin A.V. *Numerical methods of mathematical physics*. М.: The scientific world, 2003, 316 p. (In Russ.)]
14. Vaz E., Arsanjani J.J. Predicting urban growth of the Greater Toronto Area – coupling a markov cellular automata with document meta-analysis. *Journal of Environmental Informatics*, 2015, vol. 25, no. 2, pp. 71-80.