

СОПОСТАВЛЕНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ ЗАТУХАНИЯ УЛЬТРАЗВУКА В ГУБЧАТЫХ КОСТЯХ С РЕЗУЛЬТАТАМИ ТЕОРИЙ GS+F И Biot+GS

Лисиутин В.А., Ластовенко О.Р., Лучин В.Л.

ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»

ул. Университетская, 33, г. Севастополь, 299053, РФ; e-mail: vlisiutin@mail.ru

Поступила в редакцию: 29.06.2018

Аннотация. Развитие метода количественного ультразвукового исследования характеристик губчатых костей требует разработки акусто-медицинской теории, связывающей акустические характеристики волн с физическими характеристиками среды, а затем с биологическими и медицинскими характеристиками объекта исследования. В работе делается попытка применить теорию GS+F для инверсии качественных параметров состояния губчатой кости по измерениям скорости звука и затухания в широкой полосе частот.

Ключевые слова: дисперсия фазовой скорости, коэффициент затухания, губчатая кость.

ВВЕДЕНИЕ

Остеопороз - системное заболевание скелета, характеризующееся потерей костной массы, ухудшением микроархитектуры костной ткани, с последующим увеличением хрупкости и восприимчивости костей к разрушению. Стандартом для диагностики остеопороза является метод рентгеновской абсорбциометрии, измеряющий минеральную плотность костей. Существенным недостатком абсорбциометрии является повышенная радиационная нагрузка на пациента и дороговизна и сложность оборудования в эксплуатации. Хотя потеря костной массы связана с увеличением риска переломов, такие характеристики как микроархитектура или свойства материала, играющие важную роль в прочности костей не могут быть оценены с помощью этого метода. Ультразвук способен выйти за рамки этого ограничения, поскольку акустические характеристики распространяющихся упругих волн будет чувствительным и к структурным и к материальным свойствам кости. Ультразвуковые исследования показали потенциальную способность определять не только плотность кости, но прочность. Методы количественного ультразвукового исследования костей (QUS) с 1990-х годов играют постепенно возрастающую роль в оценке степени остеопороза и прогнозировании риска переломов [1,2].

В настоящее время QUS измеряет два основных параметра - скорость продольной волны (скорость звука, SOS) и наклон частотной зависимости затухания (широкополосное ультразвуковое затухание, BUA). Развитие QUS по-прежнему ограничено, поскольку интерпретация потенциально доступной информации, требует разработки акусто-медицинской теории, связывающей акустические характеристики волн с физическими характеристиками среды, а затем с биологическими и медицинскими характеристиками объекта исследования. Взаимодействие между ультразвуком и костью остаются плохо понятными из-за сложного характера кортикальной кости, которая имеет вязкоупругую пористую микроструктуру, охватывающую масштабы в несколько длин волн [1, 2].

Губчатая кость (Cancellous bone) (рис. 1) высокопористая, анизотропная среда, состоящая из клеточной сети кальцинированных нитей или пластин, называемых трабекулами, заполненных жировым костным мозгом. Измерения показали, что частотная зависимость коэффициента затухания α , дБ/м = $8,69 \times \alpha$, Нп/м (BUA) линейно зависит от частоты, $\alpha \sim \omega^\epsilon$, $\epsilon \approx 1$, в широкой полосе – от 200 кГц до 2 МГц [3]. Заметим, что такая же частотная зависимость затухания характерна для сухих гранулированных сред, горных пород, почв и неконсолидированных морских осадков с низкой гидравлической проницаемостью – мелкого песка, ила, глины. При насыщении пористой среды вязким флюидом, способным двигаться относительно скелета, должны возникать отклонения от закона $\alpha \sim \omega^1$, что и наблюдается в водонасыщенных гранулированных средах – морских осадках.

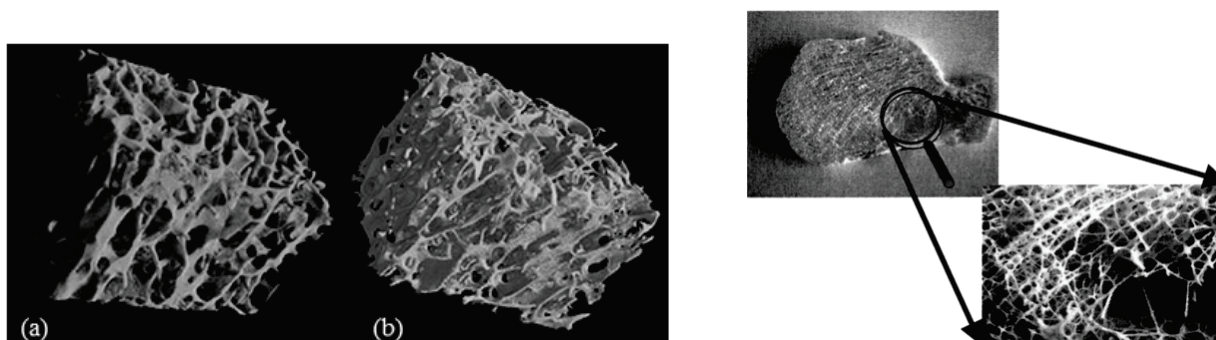


Рисунок 1. Образец структуры трабекул в губчатых костях [3]

Широкий диапазон прямой пропорциональности затухания в сухих, и отклонения в водонасыщенных средах предполагают два физических механизма потерь. Основной механизм, присущий как сухим, так и флюидонасыщенным средам получил феноменологическое название “внутреннее трение”. Физическая природа внутреннего трения в морских осадках является дискуссионным вопросом. Второй механизм затухания – вязкая диссипация при движении поровой жидкости относительно гранул. Пропорциональность затухания и частоты, в силу соотношений Крамерса-Кронига, однозначно связывающих вещественную и мнимую части волнового числа, должна соответствовать совершенно определенному закону дисперсии фазовой скорости (SOS) – второму информационному параметру QUS. Однако, в отличие от мягких тканей, где фазовая скорость является возрастающей функцией частоты (что правильно), в костях, неожиданно обнаружилась как положительная, так и отрицательная, аномальная дисперсия. Дисперсия не коррелировала с наклоном коэффициента затухания. Причем у одного пациента – положительная, у другого – наоборот, но $\alpha \sim \omega^1$ у обоих. Отрицательная дисперсия в гетерогенных материалах предсказывается теориями многократного рассеяния, но тогда и должно быть и $\alpha \sim \omega^\varepsilon$, $\varepsilon > 2$. Остается неясным, в какой степени влияют на поглощение свойства насыщающей жидкости и (или) условия рассеяния.

В настоящее время отсутствует надежная теоретической модели, которая описывает, как влияет ослабление по свойствам кости. Подход BUA, подразумевающий простую линейную зависимость между затуханием и частотой, не полагаются на какую-либо физическую основу. Хотя это применимо в ограниченных диапазонах частот, это предположение о простой линейной соотношении между затуханием и частотой не может быть повсеместно, и может привести к потере соответствующей информации.

Теория Био. Неудивительно, что для описания распространения упругих волн в губчатых костях первоначально была применена теория Био [4]. По своей значимости в поромеханике теория Био сопоставима с работами Вуда или Ламе. В теории Био рассматривается двухфазная среда, в которой зерна минералов консолидированы упругим скелетом и насыщены поровой жидкостью, способной двигаться относительно скелета. Затухание в среде объясняется вязкостью порового флюида. В этом случае затухание будет зависеть пропорционально ω^2 ниже переходной частоты, когда в порах паузейлевское течение и доминируют вязкие силы, и пропорционально $\omega^{1/2}$ выше переходной частоты, когда доминируют инерционные силы. В окрестности переходной частоты будет возникать и наибольшая дисперсия скоростей упругих волн.

Частотные зависимости затухания и фазовой скорости, даваемые теорией Био ($\alpha \sim \omega^2$ или $\sim \omega^{1/2}$) не соответствует измерениям в губчатых костях. Для введения в теорию Био «отрицательной дисперсии» были разработаны «нелокальный» вариант теории Био и вариант с динамической пористостью – функцией частоты. Поправляя дисперсию, получить из теории Био правильную частотную зависимость затухания, $\alpha \sim \omega^\varepsilon$, $\varepsilon \approx 1$, не удалось.

Следует отметить, что в рамках своих исходных положений теория Био совершенна и неоспорима. Однако, в оригинальной теории Био рассматривается только вязкое затухание. Чтобы учесть внутреннее трение, Р.Д. Столл приписывает к вещественным упругим константам Био (в частотной области) малые **постоянные** мнимые части и подбирает соотношения между действительной и мнимой частями так, чтобы удовлетворить экспериментальным данным. При этом на одной частоте (спот-частоте) это соотношение оказывается верным, а на других - нарушенным, и результирующая частотная зависимость затухания не соответствует эксперименту. Кроме того, постоянная мнимая добавка нарушает условия причинности (для нее нет оригинала во временной области).

Для учета потерь иной, невязкой физической природы, М. Био был развит “принцип соответствия”, согласно которому уравнения, описывающие механику пористых сред, будут формально такими же, как и для упругих или вязкоупругих систем, при условии, что упругие коэффициенты заменены соответствующими интегро-дифференциальными операторами.

GS теория М. Букингема для распространения волн в морских осадках. В конце прошлого века М. Букингемом разработана GS теория, объясняющая как распространение, так и затухание упругих волн в морских осадках трением между контактно взаимодействующими частицами [5]. В GS теории неконсолидированные осадки рассматриваются как эквивалентная однофазная среда, состоящая из двух компонент – минеральных частиц и воды. Возможностью относительного движения жидкости пренебрегается. Слово “трение” употребляется условно, для обозначения специфичного вида взаимодействия между гранулами, принципиально отличного как от Кулоновского трения, так и от вязкого взаимодействия. Фундаментальность межгранулярного трения заключается в том, что оно связывает фазовые скорости и затухание в консервативно-диссипативную пару, т.е. трение придает материалу продольную и поперечную жесткость, и в тоже время является причиной, вызывающей потери энергии. В GS теории осадки рассматриваются как эквивалентная однофазная среда, и вязкие потери **не учитываются**. Частотная зависимость коэффициента затухания оказывается $\sim \omega^1$, что соответствует экспериментальным данным о распространении акустических волн в губчатых костях.

Теория GS+F и Biot+GS. Для случая распространения упругих волн в неконсолидированных морских осадках одним из авторов были разработаны две теории - Biot+GS и GS+F.

Теория Biot+GS основана на теории Био [6]. Отличие в двух важных деталях. 1) Согласно теории Био модуль упругости скелета K_b , Па не зависит от частоты. Согласно Biot+GS теории, модуль упругости скелета зависит от частоты по закону $\gamma(i\omega)^n$, где γ , Па – низкочастотный эквивалент K_b . Дисперсионный член $D = (i\omega)^n$ здесь заимствован из GS теории. 2) В теории Био предполагается, что весь флюид колеблется отдельно от

скелета. В теории Biot+GS сделано предположение о том, что отдельно колеблется только часть флюида, соответствующая перколяционной, а не статической пористости среды. Оставшаяся часть флюида связана со скелетом и колеблется вместе с ним. Второе предположение позволило существенно преобразовать и упростить уравнения движения Био и дало возможность сделать дисперсионные кривые управляемыми за счет свободного параметра ϕ - перколяционной пористости. Вместе с тем, параметр ϕ включил в себя остальные, неизмеримые физическими способами микропараметры модельной среды Био. Кроме того, этот параметр учитывает так же и отличия реального течения флюида от «глобального течения Био» по порам цилиндрического сечения.

Волновые числа и комплексные фазовые скорости продольной волны $\tilde{c}_p^2 = \frac{\omega^2}{k_p^2}$ согласно Biot+GS теории

вычисляются как корни уравнения:

$$\tilde{c}_p^2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \tag{1}$$

где

$$a = \rho_m - \frac{\phi \rho_f}{\xi} F_C(w), \tag{2}$$

$$b = - \left\{ K_m \left[1 + \frac{\phi}{\xi} \left(\frac{\rho_m}{\rho_f} - 2 \left(1 - \frac{\gamma_p D}{K_g - 2K_m} \right) \right) F_C \right] + \gamma D \right\}, \tag{3}$$

$$c = \frac{\phi K_m}{\xi \rho_f} \left(\gamma + \frac{2\gamma_p K_m}{K_g - 2K_m} \right) D F_C. \tag{4}$$

В (2)-(4) K_m – объемный модуль упругости среды; $\frac{1}{K_{m(ean)}} = \frac{P}{K_f} + \frac{1-P}{K_g}$, $\rho_{f,g}$, $K_{f,g} = \rho_{f,g} c_{f,g}^2$ – плотности и

модули упругости флюида и твердой фазы соответственно; $\rho_m = P\rho_f + (1-P)\rho_g$ – аддитивная плотность среды; γ , Па – аддитивный модуль межгранулярной жесткости; $\gamma = \gamma_p + 4/3\gamma_s$, Па; γ_p , γ_s , – модули продольной и сдвиговой межгранулярной жесткости; n – показатель стресс-релаксации, связан с показателем ϵ в степенном законе затухания $\epsilon = 1 + n$; $\phi = \frac{s\xi\kappa}{\chi a^2}$ – перколяционная пористость; ξ – извилистость пор; η – динамическая

вязкость флюида, Па·с; κ – проницаемость среды, м²; a – радиус цилиндрической поры; s – структурный коэффициент, зависящий от геометрии порового пространства; $\chi = \exp(\sigma^2)$, σ – среднеквадратичное

отклонение размера пор в случае нормального закона распределения; $F_C(w) = 1 - \frac{2J_1(i^{3/2}w)}{i^{3/2}wJ_0(i^{3/2}w)}$ – функция

частотной коррекции, отражающая отличия характера течений в порах от течения Пуазейля; $w = \sqrt{\frac{a^2 \rho_f}{\eta}} \omega$,

$J_{0,1}$ – функции Бесселя.

Вещественные фазовые скорости $c_{p,s}$ и коэффициенты затухания $\alpha_{p,s}$ могут быть получены из комплексных фазовых скоростей как $c_{p,s} = \text{Re}(\tilde{c}_{p,s})$, $\alpha_{p,s} = -\omega \text{Im}(\tilde{c}_{p,s}^{-1})$, Нп/м.

Теория GS+F основана на однофазной GS теории М. Букингема [7]. Для преобразования теории в двухфазную однофазное уравнение состояния заменено на двухфазное. Комплексные фазовые скорости согласно GS+F теории вычисляются как корни (1), где:

$$a = \rho_m, \tag{5}$$

$$b = -(K_m(1 + S_v \phi \rho_m A F_C) + \gamma D), \tag{6}$$

$$c = S_v \phi K_m \gamma D A F_C, \quad (7)$$

где $D = (i\omega)^n$ – дисперсионный член; $A = \frac{(\rho_g - \rho_f)}{\rho_g \rho_f}$.

Теории GS+F и Biot+GS применительно к губчатой кости. Эти две теории дают одинаковые дисперсионные кривые, однако имеют одно принципиальное различие. В общем случае, комплексную фазовую скорость звука в двухфазной среде можно представить в виде:

$$\tilde{c}_p(f) = \sqrt{\frac{K(f)}{\rho(f)}} = \sqrt{\frac{K_{real}(f) + iK_{im}(f)}{\rho_{real}(f) + i\rho_{im}(f)}}. \quad (8)$$

Вещественная часть этого выражения отражает дисперсию фазовой скорости, мнимая – частотную зависимость затухания. Как видно из (8), может меняться числитель, может знаменатель, а может и числитель и знаменатель. Согласно GS+F теории, с увеличением частоты меняется числитель – вязкоупругость среды растет за счет более трудного вытеснения флюида из пор. Здесь флюид изначально предполагался вязким. Знаменатель не меняется, поскольку изначально предполагалось отсутствие инерционного взаимодействия фаз. Эту ситуацию нетрудно поправить, записав уравнение движения в виде, аналогичном теории Био, тогда получится что $a = \rho_{eff} = \rho_m - \frac{\phi \rho_f}{\xi} F_C(\omega)$. Однако, похоже, что в морских осадках инерционное взаимодействие не подтверждается, будем думать, что и в губчатых костях так же.

Согласно Biot+GS теории изменяется в основном знаменатель – эффективная плотность среды при увеличении частоты уменьшается.

Тогда, на высоких частотах сопоставление GS+F и Biot+GS теории приводит к прямо противоположным выводам – согласно GS+F твердая и жидкая фаза колеблются вместе, согласно Biot+GS твердая и жидкая фаза колеблются раздельно, проскальзывают друг относительно друга. Изучение дисперсионно-диссипативных характеристик сдвиговой волны показывает, что в морских осадках на высоких частотах $a = \rho_m$ – обе фазы колеблются вместе.

Рассмотрим (8) с другой точки зрения. Ослабим пока условие причинности и допустим, что действительная и мнимая части числителя и знаменателя могут меняться произвольно. Тогда, может получиться так, что затухание окажется $\alpha \sim \omega^\epsilon$, $\epsilon \approx 1$, а c_p может оказаться как возрастающей, так и убывающей функцией частоты. Биологическое объяснение может быть таково: губчатые кости, костный мозг и окружающие ткани составляют единое целое.

Сопоставление теории с экспериментом. Рассмотрим данные, приведенные в [8]. На рисунке 2 показаны экспериментальные и теоретические дисперсионные кривые и частотные зависимости коэффициента затухания для трех образцов губчатой кости, различающихся пористостью: $P = 81,9\%$ – синие звездочки; $P = 78,9\%$ – зеленые кружки; $P = 74,4\%$ – красные квадраты. Остальные входные параметры следующие: $\rho_g = 1960$ кг/м³; $K_g = 2 \cdot 10^{10}$ Па; $\rho_f = 1000$ кг/м³; $K_f = 2,23 \cdot 10^9$ Па; $\eta = 2 \cdot 10^{-3}$ Па·с; $\kappa = 10 \cdot 10^{-10}$ м²; $\xi = 1,4$. Результаты инверсии следующие. GS+F параметры:

- 1) $P = 74,4\%$, $\gamma = 253$ Па, $n = 0,92$, $s = 15$, $\chi = 1$, $\phi = 0,50$;
- 2) $P = 78,9\%$, $\gamma = 93$ Па, $n = 0,97$, $s = 9,2$, $\chi = 1$, $\phi = 0,30$;
- 3) $P = 81,9\%$, $\gamma = 1,4 \cdot 10^3$ Па, $n = 0,78$, $s = 2,85$, $\chi = 1$, $\phi = 0,26$.

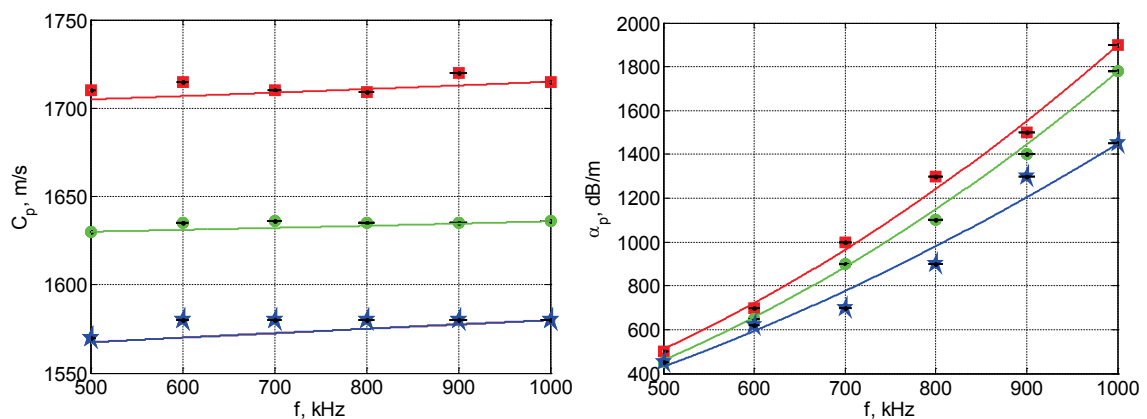


Рисунок 2. Частотные зависимости скорости звука (SOS) и коэффициента затухания (BUA) для двух фантомов губчатой кости

На самом деле, графики на рисунке 2 удивительны. Для морских осадков типа песка большей скорости (SOS) соответствует меньшее затухание (BUA), здесь – все наоборот!? Из результатов инверсии видно, насколько чутко модель реагирует на изменение SOS и BUA. Твердость 93 Па и 253 Па – это очень мало, полный остеопороз, тысячи Па – мало, но уже лучше. Приближение показателя затухания $\epsilon = 1 + n$ (не путать с показателем стресс-релаксации n) к «2» тоже свидетельствует об отклонении от нормы.

Рассмотрим результаты измерений BUA, взятые из [8]. Здесь измерялось только затухание у трех различных пациентов, скорости (SOS) были домыслены авторами, чтобы исследовать, как изменяются инвертированные значения жесткости γ и показателя стресс-релаксации n . Как видно из рисунка 3, «красная» прямая – хорошая – высокая скорость, «твердая» кость, показатель в степени затухания $\epsilon = 1,14$ – почти линейное затухание. Зеленая линия – хуже, но еще ничего, по сравнению с рисунком 2. Самое плачевное состояние показывает синяя кривая – показатель затухания значительно отклоняется от единицы, скорость низкая. Следует отметить, что попытки увеличить скорость на синей линии безуспешны – алгоритм инверсии «не сходится», программа сообщает об ошибке.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный математический эксперимент показал высокую чувствительность и избирательность теории GS+F для инверсии входных параметров QUS по измеренным SOS и BUA.

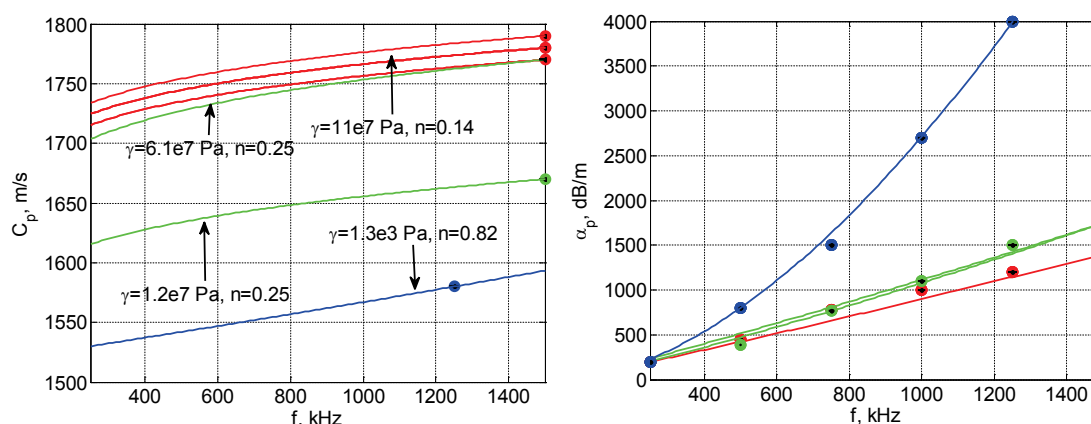


Рисунок 3. Частотные коэффициента затухания (BUA) губчатой кости, измеренные у трех пациентов и результаты инверсии параметров QUS при различных величинах SOS

Список литературы / References:

1. Lee K., Roh H-S., Yoon S. Correlations between acoustic properties and bone density in bovine cancellous bone from 0.5 to 2 MHz. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2003, vol. 113, no. 5, pp. 2933-2938.
2. Bossy E., Laugier P., Peyrin F., Padilla F. Attenuation in trabecular bone: A comparison between numerical simulation and experimental results in human femur. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2007, vol. 122, no. 4, pp. 2470-2475.
3. Chaffai S., Padilla F., Berger G., Laugier P. In vitro measurement of the frequency-dependent attenuation in cancellous bone between 0.2 and 2 MHz. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2000, vol. 108, no. 3, pp. 1281-1289.
4. Biot M.A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. *J. Appl. Phys.*, 1962, vol. 33, no 4, pp. 1482-1498.
5. Buckingham M.J. Wave propagation, stress relaxation, and grain-to-grain shearing in saturated, unconsolidated marine sediments. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2000, vol. 108, no. 6, pp. 2796-2815.
6. Лисютин В.А. Ластовенко О.Р. Ярошенко А.А. Решение обобщенного уравнения Навье-Стокса для микронеоднородной двухфазной среды. *Прикладные задачи математики: материалы XXV междунар. научн.-техн. конф., Севастополь, 18-22 сентября 2017 г.*, Севастоп. гос. ун-т., Севастополь, 2017, 222 с. [Lisyutin V.A. Lastovenko O.R. Yaroshenko A.A. Solution of the generalized Navier-Stokes equation for a micro-inhomogeneous two-phase medium. *Applied Mathematical Problems: Materials of XXV International Scientific and technological Conference. Sevastopol, September 18-22, 2017*, Sevastopol State University, Sevastopol, 2017, 222 p. (In Russ.)]
7. Лисютин В.А. Акустика морских осадков. Подключение межгранулярного трения к теории Био-Столла. *Доклады IXX школы-семинара им. акад. Л.М. Брежневских*. М: ГЕОС, 2018, с. 229-232. [Lisyutin V.A. Acoustics of marine sediments. Connection of intergranular friction to the theory of Bio-Stoll. *Reports of the IXX School-Seminar named after acad. L.M. Brekhovskih*, M: GEOS, 2018, pp. 229-232 (In Russ.)]
8. Lee K., Roh H-S., Yoon S. Acoustic wave propagation in bovine cancellous bone: Application of the Modified Biot-Attenborough model. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2003, vol. 114, no. 4, pp. 2284-2293.

COMPARISON OF ULTRASOUND ATTENUATION MEASUREMENTS IN CANCELLOUS BONES WITH THE RESULTS OF GS + F THEORY**Lisyutin V.A., Lastovenko O.R., Luchin V.L.**

Sevastopol State University

Universitetskaya str., 33, Sevastopol, 299053, Russia; e-mail: vlisiutin@mail.ru

Abstract. The development of the quantitative ultrasound investigative method of cancellous bones characteristics requires acousto-medical theory development that relates acoustic characteristics of waves to the physical characteristics of the medium, and then to the biological and medical characteristics of the research object. An attempt to apply the theory of GS + F to inverse the qualitative parameters of cancellous bone state from sound velocity measurements and attenuation in a wide frequency band is made in this paper.

Key words: *phase-velocity dispersion, attenuation coefficient, cancellous bone.*